ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 18 NOVEMBRE 1929.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS MANGIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **PRÉSIDENT** souhaite la bienvenue à M. **B. DE KERÉKJÁRTO**, professeur à l'Université de Szeged, qui assiste à la séance.

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE. — *Contribution à l'étude de la matière fulminante. Les formes serpentines.* Note [1] de M. **E. MATHIAS**.

Soit une impureté, *telle que le soufre*, qui, toutes choses égales d'ailleurs, diminue beaucoup la tension superficielle A de la matière fulminante. Si cette impureté est superficielle et en très faible quantité, la foudre globulaire conserve la forme et, à température très élevée, sa couleur est d'un blanc légèrement bleuâtre. Si la proportion de l'impureté est notable, la diminution de la stabilité résultant d'une forte diminution de A est telle que, même en l'absence d'un choc ou d'un rebondissement, la foudre ne peut plus augmenter sa surface, pour réacquérir de la stabilité, qu'en changeant de forme. Alors la sphère se transforme en cylindre terminé par deux hémisphères. En chaque point de la surface *latérale*, l'un des deux rayons de courbure principaux est devenu infini. Lorsque le rayon de courbure principal fini est une petite fraction de la longueur des génératrices de la partie cylindrique, on a une *forme serpentine*, les génératrices primitives du cylindre, tout en demeurant parallèles, prenant alors une courbure plus ou moins grande.

Soit $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ le volume de la sphère primitive, supposée transformée,

---

[1] Séance du 12 novembre 1929.

à température constante, en un cylindre de même volume (que nous supposerons à bases planes, négligeables pour plus de simplicité); soient R′ et l le rayon et la longueur du cylindre équivalent. On a

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \pi R'^2 l, \qquad S = 4\pi R^2, \qquad S' = 2\pi R' l.$$

$$\frac{S'}{S} = \frac{1}{2}\pi^{\frac{1}{6}}\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{2}{3}}\frac{l^{\frac{1}{2}}}{V^{\frac{1}{6}}}.$$

Pour un volume donné V de la matière fulminante, l'augmentation de la stabilité, à température constante, mesurée par S′/S, croît d'une façon continue avec $l^{\frac{1}{2}}$; elle devient double, triple, etc. quand l devient 4, 9, ... fois plus grand. On obtient ainsi une *forme stable*, tant que le rapport $\frac{l}{R'}$ n'est pas excessif. Si ce rapport devient trop grand, la matière fulminante, sous l'influence d'un choc léger, retourne à la forme sphérique, la forme serpentine se résolvant, à son tour, en sphères très petites et très stables.

Comme on le voit, la forme serpentine n'est pas nécessairement une *forme de transition* comme il s'en produit souvent à la naissance des foudres ascendantes : tel le *serpent des météores* popularisé par le récit de P. van Musschenbroek. Dans les deux exemples suivants, l'impureté qui produit la forme serpentine est toujours le soufre.

a. A Syssaele, le 23 septembre 1889, « la foudre est tombée sur le sommet de la tour (de l'église).... Le vicaire, qui disait la messe dans le chœur, déclare avoir senti une forte pression et une grande tension autour de lui pendant un certain temps; les fidèles affirment avoir vu un *serpent bleu* (S) descendre verticalement au-dessus de la tête du vicaire; lorsqu'il en fut à quelques centimètres, il se fit une obscurité profonde suivie immédiatement d'un craquement épouvantable; une *boule de feu* (B) éclata et enveloppa la tête du vicaire d'une pluie d'étincelles..., les servants virent une *boule de feu* (C) passer devant eux, *pénétrer en s'allongeant sous une sonnette* placée sur une marche de l'autel, la soulever... et puis disparaître par un tube de fer traversant la muraille.

» Au-dessus du banc de communion pendait une lampe, on vit autour une *boule de feu* (D) grosse comme une tête d'enfant; la boule éclata et répandit une pluie d'étincelles.... On vit aussi un *serpent bleu* (S′) s'agiter sur le sol près du chœur de l'église... » ([1]).

([1]) F. Evrard, ingénieur en chef des Télégraphes, et L. Lambotte, ingénieur des Télégraphes, *Sixième Note sur les Observations de foudre en Belgique*, Bruxelles, 1890, p. 70-71.

On peut essayer de reconstruire ainsi l'ordre des faits observés :

Le globe B, dont on ignore l'origine comme celle du premier *serpent bleu* S, a débuté par une décomposition fusante qui a rempli le chœur de noir de fumée et a produit l'obscurité. La décomposition s'accélérant est devenue explosive; le globe B explose en se séparant en deux autres C et D et en faisant voler dans le chœur les plâtras de la muraille. Le globe B ayant disparu, le récit mentionne les méfaits du globe C, qui passe sous une sonnette... puis disparaît par un tube de fer traversant la muraille. Alors commence le récit des méfaits de la foudre D, qui, répandant autour d'elle des pluies d'étincelles, a sûrement une matière fulminante identique à celle du globe B. Le second *serpent bleu* S' n'est à peu près sûrement autre que le premier serpent S, qui a continué sa descente dans l'obscurité et s'est arrêté sur le pavé où on le retrouve à la fin s'agitant près du chœur.

b. Phénomène observé à Agosta, région des monts Sambruini, à 2^{km} de Subiaco, la soirée du 23 avril 1916 :

Vers 21^{h} apparurent sur le clocher *beaucoup de petits serpents lumineux*, semblables à certaines fusées de pyrotechnie, et s'amassèrent en formant une *très longue flamme blanche*, *avec une pointe rouge*, qui entourait la tour haute de 30^{m}. Après quelques petites secondes, une foudre descendit du clocher, rompit une vitre de l'église et alla exploser comme un coup de fusil sur l'autel, devant lequel priaient environ 400 dévots, dont les yeux abaissés ne purent voir la forme de la foudre. Personne ne fut offensé, mais tous eurent une secousse. Seules restèrent immédiatement brûlées les palmes de fleurs artificielles, et il se diffusa une grande puanteur de poudre brûlée, non seulement dans l'église, mais même au dehors [1].

En général, les formes serpentines sulfureuses sont franchement bleues; exceptionnellement elles sont blanches comme celles de l'exemple *b*. L'explication de cette différence sera donnée dans une Note ultérieure.

---

(1) I. Cralli, *Supplemento alla Storia ai Caratteri e agli Effetti del Fulmine globulare* (Estràtto dalle *Mem. d. P. Acc. Rom. d. N. Lincei*, 2e série, 2, 1916, § 14, p. 48-49).

PALÉONTOLOGIE. — *Les récifs en coupole du Cambrien de Carteret et les récifs de* Chlorellopsis. Note (¹) de M. **A. Bigot**.

Les Archæocyathidés dont j'ai fait connaître la présence dans les calcaires à Trilobites du Cambrien de la région de Carteret (²) sont associés à des organismes que j'ai figurés et brièvement décrits en 1925 (³).

Ces organismes, associés à des calcaires oolithiques, forment dans les calcaires des masses en coupole surbaissée, pouvant atteindre $1^{m},20$ de diamètre. Ces petits récifs calcaires s'alignent, en place, dans un même banc de calcaire. La Société géologique de France a eu l'occasion de les étudier le 17 septembre dernier au cours de sa Réunion extraordinaire.

Les récifs en coupole sont formés par des couches concentriques d'épaisseur variable entre 4 et 13^{cm}. Chacune de ces couches est constituée par des buissons d'organismes ramifiés, à section arrondie, sans cavité centrale, implantés normalement à la surface inférieure de la couche. La figure 13 de ma Note de 1925 montre cette disposition. Sur les sections longitudinales on aperçoit vaguement une structure en lamelles convexes, mal conservée.

Ces organismes sont parfois intimement liés à d'autres organismes formés de lamelles parallèles; la figure 16 de ma Note montre cette association. Tantôt les organismes en buisson sont implantés sur les organismes lamelleux, tantôt leur croissance est interrompue par ceux-ci.

Avec les organismes en buisson, formant les récifs en coupole, on trouve dans les calcaires de Carteret d'autres organismes rappelant les Stromatoporoïdes par leur forme en écuelle épaisse ou en segment sphérique, par l'aspect de leur surface et de leurs sections. Ils sont constitués, comme les organismes associés aux formes en buisson, par des lamelles concentriques, entre lesquelles on aperçoit vaguement des traces de petites cloisons transversales. La surface de ces organismes est mamelonnée; elle présente parfois des cavités en entonnoir. Cette structure est figurée dans la planche VIII de ma Note.

(¹) Séance du 12 novembre 1929.

(²) *Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 1237-1239.

(³) *Sur les calcaires cambriens de la région de Carteret et leur Faune*, Note préliminaire (*B. S. Linn. Norm.*, 7ᵉ série, **8**, 1925, p. 130-144, pl. IV à VIII).

M. Wilmot H. Bradley vient de décrire et de figurer (¹) des organismes formant récif dans les dépôts éocènes lacustres de la Formation de Green River, Utah; ces récifs sont connus sur une grande étendue de la surface occupée par les dépôts de cette Formation. M. Wilmot H. Bradley rapporte ces organismes au *Chlorellopsis coloniata* Reis, algue calcaire du Miocène lacustre de la Vallée du Rhin.

Les descriptions et les figures du Mémoire de M. Wilmot accusent de très grandes ressemblances avec les organismes de Carteret : même disposition en dômes, ou en vesce de loup (*puff ball*), en calottes, en masses botryoïdes, même disposition ramifiée ou avec structure en lames concentriques. La planche 35, les figures B des planches 43 et 44, la figure A de la planche 45 sont comparables à celles que j'ai données ou qu'on pourrait donner des organismes de Carteret.

Toutefois, la structure des organismes de Carteret est mal conservée; je n'ai pu y reconnaître la structure cellulaire des *Chlorellopsis* de Green River, ni une structure caratéristique d'une algue calcaire. D'autre part, les cavités infundibuliformes des organismes de Carteret n'ont jamais la régularité de celles que M. Wilmot a figurées (pl. 37 et 38).

Il serait donc imprudent d'affirmer que les organismes en coupoles et les organismes stromatoporoïdes de Carteret appartiennent au genre *Chlorellopsis*. Mais il est très vraisemblable que ce sont des Algues qui, avec les Archæocyathidés, ont édifié, dans la mer cambrienne du Cotentin des récifs en coupole comparables à ceux qui ont été édifiés par les *Chlorellopsis* dans les lacs éocènes ou miocènes ou par les *Collenia? prolifera* Walcott dans les mers cambriennes des Montagnes Rocheuses (²).

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Les spirochètes récurrents marocains du groupe* hispanicum *ne sont pas séparables en espèces*. Note de MM. **Charles Nicolle** et **Charles Anderson**.

Si on laisse de côté *Sp. obermeieri* de la fièvre récurrente mondiale transmise par les poux, les agents des fièvres récurrentes du Maroc qui ont fait l'objet d'une étude expérimentale sont au nombre de trois : le spirochète de

(¹) *Algae reefs and oolites of the Green River Formation* (*Professional Papers U. S. Geol. Survey*, 154 G, mars 1929).

(²) Ch. D. Walcott, *Pre-Devonian paleozoïc formations of the Cordilleran Provinces of Canada* (*Smiths. Misc. Coll.*, 75, n° 5, 1928, p. 294, pl. 56 et 57).

Mansouria, isolé d'exemplaires d'*Ornithodorus marocanus* de terriers de petits rongeurs; un spirochète d'un cas de récurrente humaine isolé par Hornus; le spirochète isolé par P. Delanoë d'*Ornithodorus marocanus* provenant d'un terrier de porc-épic de la région des Doukkala.

Nous avons étudié les deux premiers parallèlement au spirochète de la récurrente espagnole et conclu que tous trois appartenaient à un même groupe, caractérisé par sa haute virulence pour le cobaye, le groupe *hispanicum*. Dans ce groupe, nous avons reconnu que le spirochète d'Hornus était plus voisin du spirochète espagnol que de celui de Mansouria.

Delanoë est allé plus loin. Étudiant comparativement son spirochète des terriers de porc-épic et le spirochète de Mansouria, il les a trouvés si voisins qu'il en a fait une espèce particulière *Sp. marocanum*, distincte, selon lui, de *Sp. hispanicum* d'Espagne auquel il rattache le spirochète d'Hornus. La principale différence entre ces deux espèces serait leur action pathogène pour l'homme : l'infection naturelle ou expérimentale par *Sp. hispanicum* étant une récurrente à accès plus ou moins nombreux, l'infection expérimentale par *Sp. marocanum* ne se traduisant que par un accès unique (l'infection naturelle n'a pas été reconnue; mais Delanoë croit à son existence).

A l'appui de son opinion, notre collègue a présenté cinq observations d'hommes, inoculés par lui, dont trois avec le virus porc-épic, deux avec le virus Mansouria. Dans quatre des cas, il y eut accès unique; dans un (avec le virus Mansouria), deux accès fébriles (mais Delanoë considère le second accès comme n'étant pas dû au spirochète).

Nous n'avions pas pratiqué d'inoculation humaine de notre virus de Mansouria, jugeant inutile cette expérience puisque nous assimilions ce spirochète aux autres spirochètes du groupe *hispanicum* et parce que nous ne pensons pas qu'on puisse établir légitimement des espèces valables dans ce groupe. Les résultats, publiés par Delanoë, demandaient un contrôle.

Le 21 octobre, avec le concours d'E. Conseil, nous instillons dans l'œil d'un aliéné une goutte de sang provenant d'un cobaye de passage de notre virus de Mansouria. Ce mode de contamination est celui qui se rapproche le plus du mode naturel en raison du petit nombre de spirochètes qu'il inocule. Le 9ᵉ jour, la température s'élève et le malade présente un accès fébrile d'une durée de deux jours; le 13ᵉ jour, second accès durant un jour; le 16ᵉ jour, troisième accès de 48 heures de durée; le 19ᵉ jour, quatrième accès durant un seul jour; le 21ᵉ jour, cinquième accès de deux jours de durée. Jugeant inutile de continuer l'expérience, nous faisons instituer un traitement arsenical. La présence des spirochètes a été constante dans le sang du 9ᵉ au 23ᵉ jour; ils se sont montrés rares ou peu nombreux pendant les accès, exceptionnels dans les jours intercalaires.

Si l'on rapproche cette observation des deux expériences, pratiquées par Delanoë avec le même virus de Mansouria, on voit que ce virus, inoculé à trois personnes, a donné une fois un seul accès, une fois deux, une fois cinq accès au moins. *Le spirochète de Mansouria est donc bien un spirochète récurrent pour l'homme* et comme, conformément aux recherches patientes et aux conclusions de Delanoë, il est tout à fait voisin du spirochète des terriers de porc-épic, il n'y a pas lieu de créer pour eux une espèce particulière qui se distinguerait de *Sp. hispanicum* d'Espagne et du Maroc par son absence de récurrence chez l'homme.

On ne connaît donc au Maroc qu'un seul groupe de spirochètes transmis par les tiques, *Sp. hispanicum*.

M. A. **Mesnager** s'exprime en ces termes :

J'ai l'honneur de faire hommage à l'Académie du fascicule X du *Mémorial des Sciences physiques*, dans lequel j'ai exposé une méthode expérimentale basée sur la double réfraction accidentelle pour la détermination des efforts intérieurs dans les solides. Cette méthode m'a permis de contrôler expérimentalement les bases de la résistance des matériaux, de résoudre facilement quelques problèmes d'élasticité et de prévoir, par une étude sur modèle réduit, les tensions qui se produiront dans un ouvrage projeté.

COMMISSIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, MM. **E. Picard**, **G. Kœnigs**, pour la Division des Sciences mathématiques; MM. **A. Lacroix**, **F. Mesnil**, pour la Division des Sciences physiques; MM. **P. Sabatier**, **Ch. Flahault**, Membres non résidants, sont désignés pour faire partie de la Commission qui, sous la présidence de M. le Président, dressera une liste de candidats à la place de Membre non résidant, vacante par le décès de M. *Ch. Depéret*.

NOMINATIONS.

M. F. **Mesnil** est désigné pour représenter l'Académie au deuxième *Congrès international du Paludisme* qui aura lieu à Alger en 1930.

ÉLECTIONS.

Par 13 suffrages, contre 8 à M. Gabriel Bertrand, 5 à M. G. Urbain, 1 à M. Ch. Fabry et 4 bulletins blancs, M. **J. Perrin** est désigné pour faire partie du Conseil national de l'*Office national des recherches scientifiques et industrielles et des inventions.*

PLIS CACHETÉS.

M. **A. Lafay** demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 16 juillet 1918 et inscrit sous le n° 8553.

Ce pli, ouvert en séance par le M. Président, contient une *Contribution à l'étude de l'effet Chilowski* et une *Note complémentaire.*

(Renvoi à l'examen de M. R. Bourgeois.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Leçons sur les systèmes d'équations aux dérivées partielles*, par Maurice Janet.

2° R. Bricard. *Le calcul vectoriel.* (Présenté par M. M. d'Ocagne.)

3° *Les problèmes des isopérimètres et des isépiphanes*, par T. Bonnesen. (Présenté par M. E. Borel.)

GÉOMÉTRIE. — *Sur les points caractéristiques d'une courbe appartenant à un système continu.* Note [1] de M. **G. Nicoladzé.**

Soit donné sur le plan (x, y) un système continu de courbes à p paramètres, déterminé par l'équation

$$F(x, y, \lambda_j) = 0 \qquad (j = 1, 2, \ldots, p), \tag{1}$$

où F est une fonction dérivable jusqu'à l'ordre voulu en x, y et λ_j.

J'ai introduit dans ma Thèse [2] la notion du *système osculateur d'ordre k*

---

[1] Séance du 12 novembre 1929.

[2] G. Nicoladzé, *Sur les systèmes continus de figures géométriques*, Paris, A. Blanchard, 1928.

dans (λ_j^0), déterminé par l'équation

$$(2)\qquad F(x, y, \lambda_j^0) + \sum_j \frac{\partial F(x, y, \lambda_j^0)}{\partial \lambda_j} \mu_j + \ldots + \sum_{j_1 \ldots j_k} \frac{\partial^k F(x, y, \lambda_j^0)}{\partial \lambda_{j_1} \ldots \partial \lambda_{j_k}} \mu_{j_1 \ldots j_k} = 0,$$

où les μ_j, $\mu_{j_1 j_2}$, ..., $\mu_{j_1 \ldots j_k}$ sont des paramètres arbitraires.

Je voudrais à présent généraliser une autre notion due à M. Severi et démontrer quelques propriétés qui sont du reste les conséquences immédiates de mes théorèmes précédents [1].

Définition I. — *J'appelle* point caractéristique principal d'ordre k de (λ_j^0) *tout point de base* (x^0, y^0) *du système* (2).

Nous avons donc pour ce point les équations suivantes [2] :

$$(3)\qquad F^0 = 0, \qquad \frac{\partial F^0}{\partial \lambda_s} = 0, \qquad \ldots, \qquad \frac{\partial^k F^0}{\partial \lambda_{j_1} \ldots \partial \lambda_{j_k}} = 0.$$

Pour $k = 1$, nous retombons évidemment sur la notion de M. Severi.

Définition II. — *J'appelle le point précédent génériquement caractéristique si en ce point, pour* $m = 1, 2, 3, \ldots$, *toutes les courbes du système osculateur d'ordre* m *en* (λ_j^0) *admettent un contact d'ordre* $k - m$ (*au moins*) *avec* (λ_j^0).

Soit $x = x(t)$, $y = y(t)$ avec $x(t^0) = x^0$, $y(t^0) = y^0$, les équations de (λ_j^0). Remplaçons x, y par $x(t)$, $y(t)$ dans (1); alors outre les (3) nous avons encore :

$$(4)\qquad \left\{\begin{array}{l} \dfrac{\partial}{\partial \lambda_j}\left(\dfrac{\partial F^0}{dt}\right) = 0, \quad \ldots, \quad \dfrac{\partial}{\partial \lambda_j}\left(\dfrac{d^{k-1} F^0}{dt^{k-1}}\right) = 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ \dfrac{\partial^{k-1}}{\partial \lambda_{j_1} \ldots \partial \lambda_{j_{k-1}}}\left(\dfrac{dF^0}{dt}\right) = 0. \end{array}\right.$$

Évidemment (3) et (4) sont invariantes par rapport à tout changement régulier des paramètres λ_j.

Théorème I. — *Quand le point* (x^0, y^0) [3] *caractéristique principal d'ordre* k *de* (λ_j^0) *est mobile d'une manière continue en fonction des* λ_j, *ce point est génériquement caractéristique.*

Démonstration. — Soient $\lambda_j = \lambda_j(t)$ avec $\lambda_j(t^0) = \lambda_j^0$ les équations de la variation des λ_j et $x = \bar{x}(t)$, $y = \bar{y}(t)$ avec $\bar{x}(t^0) = x^0$, $\bar{y}(t^0) = y^0$ celles

---

(1) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 342.

(2) F^0 désigne ici et plus bas $F(x^0, y^0, \lambda_j^0)$.

(3) Je suppose que le point (x^0, y^0) est un point ordinaire de (λ_j^0).

du déplacement correspondant de (x^0, y^0) ; nous avons donc

$$(5) \qquad F[\bar{x}(t), y(t), \lambda_j(t)] = 0, \quad \ldots, \quad \frac{\partial^k}{\partial\lambda_{j_1}\ldots\partial\lambda_{j_k}} F[\bar{x}(t), \bar{y}(t), \lambda_j(t)] = 0.$$

Dérivons successivement les premiers membres des équations (5) en commençant par l'avant-dernier groupe. Nous obtenons immédiatement toutes les équations (4), ce qui démontre la proposition.

En outre, cette démonstration met en évidence la proposition suivante :

Théorème II. — *Quelles que soient les fonctions $\lambda_j(t)$, l'élément de la trajectoire de (x^0, y^0) est au $(k+1)^{\text{ème}}$ ordre près, confondu avec l'élément correspondant de (λ_j^0).*

Le système (1) étant à p paramètres, le mouvement de (λ_j^0) portant le point (x_0, y_0) mobile peut avoir $m \leq p$ degrés de liberté. Mais, comme chaque élément de la trajectoire de (x^0, y^0) est fixe, la trajectoire elle-même est fixe : elle est l'enveloppe de tous ces éléments. Il en résulte donc :

Théorème III. — *Quel que soit le degré m de liberté du mouvement de (λ_j^0) portant (x^0, y^0), le mouvement de ce point est équivalent à celui à un paramètre; (x^0, y^0) décrit une courbe fixe qui est l'enveloppe d'ordre k de toutes les (λ_j^0) portant (x^0, y^0).*

Si $m = p$, la courbe (λ_j^0) est générique. On a alors réciproquement :

Théorème IV. — *Quand la courbe générique (λ_j^0) admet en un point mobile (x^0, y^0) un contact d'ordre k avec la courbe fixe C, le point (x^0, y^0) est génériquement caractéristique principal d'ordre k de (λ_j^0).*

Démonstration. — Supposons $\lambda_j = \lambda_j(t)$ avec $\lambda_j(t^0) = \lambda_j^0$; alors nous avons [1] :

$$[Fx^0, y^0, \lambda_j(t^0)] = 0; \qquad \frac{d}{dt} F[x^0, y^0, \lambda_j(t^0)] = 0; \qquad \ldots; \quad \frac{d^k}{dt^k} F[x_0, y_0, \lambda_j(t_0)] = 0,$$

Effectuons la dérivation en tenant compte du fait que, dans le cas de (λ_j^0) générique, les $\lambda_j(t)$ sont des fonctions arbitraires. Nous obtenons alors toutes les équations (3). (x^0, y^0) est donc le point caractéristique principal d'ordre k. Comme il est mobile, le théorème est démontré.

---

(1) Voir par exemple Julia, *Éléments de Géométrie infinitésimale*, p. 41, Paris, 1927.

GÉOMÉTRIE. — *Recherches sur les courbes convexes et les couvercles.* Note de M. J. **Favard**, présentée par M. Hadamard.

Un certain nombre des résultats ou des définitions qui vont suivre peuvent s'étendre aux corps convexes.

Approximation. — Soient (C) et (Γ) deux courbes convexes, bornées et fermées, données dans un plan. Parmi toutes les courbes convexes homothétiques à (Γ) et qui contiennent à leur intérieur tous les points intérieurs à (C), nous choisirons celles dont le rapport d'homothétie à (Γ) est le plus petit possible et nous les appellerons courbes circonscrites à (C).

Un sens de parcours ayant été choisi sur (C) et ses droites d'appui orientées, les directions d'appui communes à (C) et à l'une de ses circonscrites ne peuvent pas être dans un même demi-plan ouvert.

D'une manière analogue on peut définir les courbes homothétiques à (Γ) et inscrites à (C). Si une courbe a plusieurs circonscrites, elle n'a qu'une inscrite et inversement.

Aire mixte. — La notion précédente permet de donner une démonstration très simple de l'inégalité de Minkowski relative à l'aire mixte de deux courbes convexes. A cet égard, si l'on désigne par L_1 et S_1; L_2 et S_2 les longueurs et les aires respectives des deux courbes et par M leur aire mixte, j'ai trouvé que

$$M \geqq \frac{L_1 L_2}{4\pi} - \sqrt{\left(\frac{L_1^2}{4\pi} - S_1\right)\left(\frac{L_2^2}{4\pi} - S_2\right)},$$

inégalité meilleure, en général, que celle de Minkowski; le signe d'égalité n'ayant lieu que si l'une des courbes est semblable à une courbe parallèle à l'autre.

Couvercles. — Étant donnés un ensemble (E) de courbes convexes, définies à un déplacement près, et une courbe convexe (Γ), on peut se proposer les quatre problèmes suivants :

I. Trouver la plus *grande* des circonscrites aux courbes de l'ensemble (E) et semblables à (Γ) (couvercle direct).

I'. Trouver la plus *petite* de ces circonscrites (couvercle inverse).

II. Trouver la plus *petite* des inscrites aux courbes de l'ensemble (E) et semblables à (Γ) (couvercle direct).

II'. Trouver la plus *grande* de ces inscrites (couvercle inverse).

Dans ma Note aux *Comptes rendus* du 6 mai dernier, j'ai parlé du pro-

blème I pour l'ensemble (E) des courbes de longueur et de surface données et lorsque (Γ) est un cercle.

Quelques modifications dans la méthode suivie m'ont permis de résoudre, théoriquement et dans des cas étendus, le problème I pour l'ensemble des courbes de surface donnée et dont l'aire mixte avec une courbe donnée (C) est connue. Les calculs peuvent être poussés jusqu'au bout dans le cas où (C) et (Γ) sont : l'un un cercle ou une ellipse, l'autre un polygone régulier simple, ou bien tous les deux des polygones réguliers simples.

Une généralisation des orbiformes. — Soient (C) une courbe donnée et (c) une autre courbe; en général, lorsqu'on fait tourner (c) autour d'un point, l'aire mixte de (C) et de (c) change de valeur; si elle ne change pas nous dirons que (c) est O(C). L'ensemble O(C) comprend, avec deux courbes (C_1) et (C_2) toute la série linéaire qu'elles engendrent, avec une courbe toutes celles qui lui sont semblables ou parallèles.

Le cas des orbiformes correspond au cas où (C) est un segment de droite.

Les courbes O des polygones réguliers sont particulièrement simples; celles du triangle équilatéral sont les courbes C_3 de Meissner [1], celles du carré sont telles que tout rectangle formé par quatre droites d'appui a un périmètre constant.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur quelques propriétés des fonctions algébroïdes.* Note de M. **Georges Valiron**, présentée par M. Émile Borel.

1. Comme je l'ai déjà indiqué, les résultats de ma Note du 21 octobre [2] valent pour toutes les algébroïdes, l'inégalité (2) restant vraie sauf dans certains intervalles. En utilisant l'identité de M. Borel employée par M. Nevanlinna dans son ouvrage sur les fonctions méromorphes [3], on obtient l'inégalité

$$N[r, \psi(a)] > \nu T(r) - K[\log T(r) + \log r]$$

valable pour $r > r(a)$ pourvu que a soit extérieur à un ensemble de mesure

---

(1) **Meissner**, *Vierteljahrschrift der Naturforsch. Gesellsch. in Zurich*, 54, 1909, p. 309.

(2) *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 623-625.

(3) *Le théorème de Picard-Borel et la théorie des fonctions méromorphes*, p. 65, Paris, Gauthier-Villars, 1929.

linéaire nulle (lorsque l'ordre est infini, r est extérieur à des intervalles, indépendants de a, dans lesquels la variation totale de $\log r$ est finie.

2. En combinant les inégalités fondamentales relatives à deux algébroïdes comme M. Nevanlinna le fait dans le cas des fonctions méromorphes uniformes on trouve ce théorème général d'unicité.

Si $u(z)$ et $w(z)$ sont deux algébroïdes méromorphes à ν et ν' branches respectivement, si $\nu \geqq \nu'$ et si pour $4\nu + 1$ valeurs distinctes de a les équations

$$u(z) = a, \qquad w(z) = a$$

sont vérifiées aux mêmes points du plan simple avec le même degré total de multiplicité, $w(z)$ est identique à $u(z)$.

Il existe effectivement des fonctions distinctes à ν branches prenant les mêmes 4ν valeurs aux mêmes points, mais ces fonctions sont très particulières.

3. Nous dirons qu'un chemin Γ s'éloignant indéfiniment dans le système riemannien de ν feuillets plans correspondant à $u(z)$ est un chemin de détermination a et que a est valeur asymptotique de $u(z)$ si la valeur (unique) de $u(z)$ sur Γ tend vers une limite lorsque $|z|$ croît indéfiniment. Pour une algébroïde entière, c'est-à-dire pour laquelle $A_\nu(z) \equiv 1$, il existe des chemins de détermination indéfinie. On le voit comme pour une fonction entière en appliquant la méthode de Lindelöf et Phragmen à l'un des continua non bornés définis par $|f(z)| > C$ (¹). D'une façon générale toute valeur exceptionnelle au sens de Picard est valeur asymptotique.

Remarquons ici qu'une fonction $f(z)$ étant holomorphe pour $|z| < 1$, il peut n'exister aucun chemin aboutissant à la circonférence de ce cercle sur lequel $|f(z)|$ tendrait vers l'infini, même lorsque $f(z)$ est d'ordre infini et ne possède qu'un seul point singulier sur la circonférence.

Pour une fonction méromorphe d'ordre fini n'admettant qu'une seule valeur exceptionnelle de Borel, il peut n'exister aucune valeur asymptotique, mais s'il y a deux valeurs exceptionnelles de Borel ces valeurs sont asymptotiques. Dans le cas des algébroïdes méromorphes deux valeurs exceptionnelles B ne suffisent plus pour entraîner l'existence de valeurs asymptotiques.

4. Supposons $u(z)$ d'ordre fini ρ. On peut former une fonction méromorphe $f(z, a)$, d'ordre ρ au plus, dont les pôles tous simples et de résidus

---

(¹) G. Valiron, *Comptes rendus*, 166, 1918, p. 382-384.

entiers ou fractionnaires sont les pôles et les zéros de $u(z) - a$ et telle que

$$\frac{u'(z)}{u(z) - a} = f(z, a) + g(z, a),$$

$g(z, a)$ étant une algébroïde de degré ν n'admettant plus que les points de ramification de $u(z)$ en lesquels $u(z) \neq a$ et qui ne peut être infinie qu'en ces points. Comme on a, sauf dans certains intervalles,

$$g(z, a) < r^k,$$

la condition nécessaire et suffisante pour que $g(z, a)$ soit algébrique est qu'elle n'ait qu'un nombre fini de points de ramification, nous dirons alors que le nombre fini a est une *valeur spéciale*. Il s'ensuit que la condition nécessaire et suffisante pour qu'il y ait plus d'une valeur spéciale est que $u(z)$ n'ait qu'un nombre fini de points de ramification; une telle algébroïde sera dite *spéciale*. Si une algébroïde spéciale admet deux valeurs exceptionnelles B son ordre est un nombre rationnel et les deux valeurs en question sont valeurs asymptotiques.

Si a est valeur spéciale d'une algébroïde ordinaire et si a et ∞ sont valeurs exceptionnelles B, l'ordre est encore rationnel, a et ∞ sont valeurs asymptotiques, il n'y a pas d'autres valeurs exceptionnelles B.

Les valeurs que Rémoundos appelait doublement exceptionnelles rentrent dans ce dernier cas, mais l'inverse n'a pas lieu.

D'une façon générale, l'ordre étant quelconque, a sera dit valeur spéciale de Borel si $g(z, a)$ est d'ordre inférieur à celui de $u(z)$. La condition nécessaire et suffisante pour qu'il existe deux telles valeurs est que l'ordre de la fonction N relative aux points de ramification s'abaisse; alors il ne peut y avoir que deux valeurs exceptionnelles B au plus. En introduisant des hypothèses de cette espèce, mais plus précises, on diminue le nombre 2ν figurant dans l'inégalité fondamentale.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur un problème de M. Borel.* Note de M. **Harald Bohr**, présentée par M. Émile Borel.

Dans *L'Intermédiaire des Mathématiciens* (avril 1899), M. Borel a proposé la question suivante sur les fonctions entières :

Peut-on trouver une fonction dont le module ne dépasse l'unité qu'à l'intérieur d'un angle aussi petit que l'on veut (donné d'avance) ou même seulement à l'intérieur d'une parabole.

Comme on le sait, la réponse à cette question, dans la forme que lui a donnée M. Borel, est positive. Dans sa belle conférence au Congrès international à Rome (1908) Mittag-Leffler a donné un aperçu de la théorie à laquelle le problème de M. Borel a donné naissance.

Dans cette Note je donnerai la solution définitive du problème de M. Borel en précisant d'abord le problème de la manière suivante :

Problème. — *Quelle est la condition nécessaire et suffisante à laquelle doit satisfaire un ensemble* E *de points dans le plan complexe, pour qu'il existe une fonction entière, qui reste bornée, ou même tende uniformément vers zéro, dans tout l'ensemble complémentaire de* E.

Pour abréger, nous appelons un ensemble de points du plan complexe une « bande », s'il forme un environ (d'ailleurs arbitrairement étroit) d'une courbe continue tendant vers l'infini, c'est-à-dire s'il est ouvert et contient une telle courbe. Alors la solution du problème de M. Borel, généralisé de la manière susdite, peut s'énoncer comme suit :

Solution. — *Pour qu'un ensemble* E *ait la propriété désirée, il faut et il suffit, qu'il contienne une bande.*

La nécessité de notre condition est presque évidente. Toute la difficulté consiste à démontrer qu'elle est aussi suffisante. Une démonstration détaillée, basée sur une idée différente de celle employée par Mittag-Leffler dans ses recherches mentionnées ci-dessus, sera donnée dans un autre Recueil.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un développement des fonctions holomorphes.* Note (¹) de M. **Gaston Julia.**

Soit $f(z)$ une fonction entière de z, ou un polynome

$$f(z) = z + f_2 z^2 + f_3 z^3 + \ldots.$$

On considère la série

$$a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n f(z^n) \tag{1}$$

qui se réduit à la série de puissances lorsque $f(z) = z$; on appelle série

(¹) Séance du 12 novembre 1929.

associée la série

$$a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n z^n. \tag{2}$$

et ρ le rayon de convergence de (2).

I. *Convergence de* (1). — Il existe toujours un nombre R, *rayon de convergence uniforme de* (1), tel que :

1° La série (1) converge absolument en tout point z de module $< R$, et uniformément dans tout cercle $|z| \leqq R - \varepsilon$.

2° Hors du cercle $|z| = R$, les points de divergence de (1) sont denses partout. Si f est polynome, en tout point $|z| > R$, la série (1) diverge; si f est transcendante, il peut y avoir des *lignes* de convergence uniforme extérieures à $|z| = R$, mais *non des aires*, et chaque ligne de cette espèce ne peut être rencontrée en plus d'un point par un cercle $|z| = r > R$.

Si $M(r) =$ Max. de $|f(z)|$ sur $|z| = r$, R sépare les nombres r pour lesquels l'expression $|a_n| M(r^n)$ reste bornée de ceux pour lesquels elle ne reste pas bornée.

Lorsque $\rho \leqq 1$, on a $R = \rho$. Lorsque $\rho > 1$, on a $R = \rho^{\frac{1}{d}}$, si f est un polynome de degré d; mais, si f est transcendante, on a $R = 1$, *quel que soit* ρ *fini et* > 1 : R ne peut dépasser 1, pour f transcendante, que si la série associée (2) définit une fonction *entière* $a_0 + \varphi(z)$ qui est d'*ordre nul* lorsque f, supposée par exemple à croissance régulière, est d'ordre *non nul*.

II. *Développement d'une fonction* F(z), *holomorphe à l'origine, en série du type* (1). — *Il existe toujours une et une seule série du type* (1) [$f(z)$ donné *a priori*], convergeant absolument et uniformément, au voisinage de l'origine, vers une fonction donnée F(z), holomorphe à l'origine, et par ailleurs quelconque. Les a_n sont déterminés par la formule récurrente

$$a_n = \frac{1}{2\pi i} \int_{C_r} \frac{F(z) - a_0 - a_1 f(z) - \ldots - a_{n-1} f(z^{n-1})}{z^{n+1}} \, dz,$$

$C_r =$ cercle de centre O, de rayon r assez petit.

Soit δ la distance à O du point singulier de F(z) le plus voisin de O.

1° Si $\delta \leqq 1$, le rayon R de convergence uniforme de la série (1) ainsi formée est $R = \delta$, comme pour la série de Taylor classique.

2° Si $\delta > 1$ le rayon R est *en général égal à un*. C'est seulement pour des fonctions F(z) *particulières, liées à la fonction* $f(z)$ servant à la représentation (1), qu'on peut avoir $R > 1$. [On peut donner des conditions nécessaires pour que R soit > 1; on en trouvera, avec d'autres détails et des

exemples des particularités de convergence signalées au I dans le Mémoire prochain qui développera cette Note.] Donc ici, en général, $1 = R < \delta$, et le domaine de convergence uniforme de (1) est *plus petit que celui de la série de Taylor*.

C'est donc pour $\delta \leqq 1$ seulement que la représentation d'une fonction quelconque $F(z)$ par (1) est valable dans un domaine aussi étendu que celui de la série de Taylor. On peut toujours poser $z = \lambda u$, avec $|\lambda| \geqq \delta$, former la série (1) relative à $F_1(u) = F(\lambda u)$, et obtenir ainsi une série du type généralisé (1′), $a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n f\left[\left(\frac{z}{\lambda}\right)^n\right]$, ayant même domaine de convergence uniforme vers $F(z)$ que la série de Taylor.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le polynome de Tchebycheff de la meilleure approximation.* Note [1] de M. **Jacques Chokhate**, transmise par M. Appell.

Je vais étendre les résultats de ma Note antérieure [2], en ne considérant ici que des intervalles finis et des polynomes dont le degré ne surpasse pas un entier fixe $n (\geqq 0)$, d'ailleurs arbitraire.

1. Théorème I. — *Soient données dans un intervalle* (a, b) *une fonction continue* $f(x)$ *(non identique à un polynome de degré* $\leqq n$*) et une autre* $\psi(x)$ *toujours croissante ou admettant, au moins, une infinité des points de croissance y partout dense. Désignons respectivement par* $\Pi_n(x)$, $P(x)$ *le polynome de la meilleure approximation* $(= E_n)$ *de* $f(x)$ *dans* (a, b) *et le polynome (unique) qui rend minima l'intégrale*

$$I = \int_a^b |f(x) - P(x)|^m \, d\psi(x) \qquad (m > 1).$$

Alors $m \to \infty$ *entraîne* $P(x) \to \Pi_n(x)$ *uniformément dans* (a, b), $I^m \to E_n$.

Dans le cas où $m =$ un entier pair $2M$, le procédé élémentaire de différentiation donne les équations

$$(1) \qquad \int_a^b x^i [f(x) - P(x)]^{2M-1} \, d\psi(x) = 0 \qquad (i = 0, 1, \ldots, n).$$

---

(1) Séance du 12 novembre 1929.

(2) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 875-876.

Envisageons la fraction continue (nécessairement existante)

$$(2) \qquad \int_a^b \frac{d\psi(y)}{x-y} = \frac{\lambda_1}{|x-c_1} - \frac{\lambda_2|}{|x-c_2} - \ldots \qquad (\lambda_i > 0,\ c_i - \text{const.})$$

et les dénominateurs $Q_n(x) = x^n + \ldots$ $(n = 0, 1, \ldots)$ de ses convergentes successives. Les relations (1) donnent, en vertu de

$$(3) \qquad \int_a^b Q_m Q_n \, d\psi = 0 \qquad (m, n = 0, 1, \ldots;\ m \neq n);$$

1° $\varphi(x) \equiv [f(x) - P(x)]^{2M-1} \sim \sum_{n+1} A_i Q_i(x) \qquad \left(A_i = \int_a^b \varphi Q_i \, d\psi : \int_a^b Q_i^2 \, d\psi\right);$

2° $\varphi(x)$ a au moins $n+1$ variations de signe dans (a, b).

2. Théorème II. — *On peut remplacer dans l'énoncé précédent (a, b) par un ensemble fini E de ν $(\geq n+2)$ points x_k points de croissance de $\psi(x)$, $\Pi_n(x)$ donnant alors la meilleure approximation de $f(x)$ sur* E.

Prenons, comme ci-dessus, $m = 2M$. Les résultats précédents subsistent, proprement modifiés, à savoir :

1° $\varphi(x_k) = [f(x_k) - P(x_k)]^{2M-1} = \sum_{n+1}^{\nu-1} A_i Q_i(x_k) \qquad (k = 1, 2, \ldots, \nu);$

2° La suite $\{\varphi(x_k)\}$ $(k = 1, \ldots, \nu)$ présente au moment $n+1$ variations de signe. Le cas le plus intéressant est $\nu = n+2$. Ici on a

$$(4) \qquad \left[\frac{f(x_k) - P(x_k)}{f(x_j) - P(x_j)}\right]^{2M-1} = \frac{Q_{n+1}(x_k)}{Q_{n+1}(x_j)},$$

avec le signe de $(-1)^{k-j}$ $\quad (k, j = 1, 2, \ldots, n+2)$

[d'où, avec $M = 1$, $f(x) \equiv x^{n+1}$, on obtient : $x^{n+1} - P(x) \equiv Q_{n+1}(x)$].

Prenons, pour plus de simplicité, $\psi(x_k + 0) - \psi(x_k - 0) = 1$ $(k = 1, 2, \ldots, n+2)$. Il s'agit alors de la fraction continue finie

$$(5) \qquad \frac{Q'(x)}{Q(x)} = \sum_1^{n+2} {}_k \frac{1}{x - x_k} = \frac{\lambda_1|}{|x-c_1} - \frac{\lambda_2|}{|x-c_2} - \ldots - \frac{\lambda_{n+2}|}{|x-c_{n+2}}$$

$$\left[Q(x) = \prod_1^{n+2} {}_k (x - x_k)\right].$$

Passons à la limite $M \to \infty$. (4) et (1) dounent respectivement

$$(6) \qquad \frac{f(x_k) - \Pi_n(x_k)}{f(x_j) - \Pi_n(x_j)} = (-1)^{k-j} \qquad (k, j = 1, 2, \ldots, n+2),$$

ce qui exprime la propriété la plus caractéristique de $\Pi_n(x)$;

$$(7) \quad \Delta_n \equiv \Delta_n(\Pi_n;\, x) = \begin{vmatrix} 1 & \dfrac{x_1^2 - x_3^2}{x_1 - x_3} & \cdots & \dfrac{x_1^n - x_3^n}{x_1 - x_3} & \dfrac{f_1 - f_3}{x_1 - x_3} \\ \cdots & \cdots\cdots & \cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ 1 & \dfrac{x_n^2 - x_{n+2}^2}{x_n - x_{n+2}} & \cdots & \dfrac{x_n^n - x_{n+2}^n}{x_n - x_{n+2}} & \dfrac{f_n - f_{n+2}}{x_n - x_{n+2}} \\ x_{n+1} + x_{n+2} - 2x & \cdots\cdots & \cdots & x_{n+1}^n + x_{n+2}^n - 2x^n & f_{n+1} + f_{n+2} - 2\Pi_n \end{vmatrix} = 0$$

$$[f(x_i) = f_i].$$

$$(8) \qquad \Pi_n(x) = \frac{f_{n+1} + f_{n+2}}{2} - \frac{1}{2K} \sum_{i,j=1}^{n} (-1)^{i+j} K_{i,j} \left(\frac{f_i - f_{i+2}}{x_i - x_{i+2}}\right) (x_{n+1}^j + x_{n+2}^j - 2x^j),$$

$$(9) \quad E_n = \left|\frac{\Delta_n(f_k;\, x_k)}{K}\right| = \frac{1}{2}\left| f_k - f_{k+1} - \frac{1}{K} \sum_{i,j=1}^{n} (-1)^{i+j} K_{i,j} \frac{f_i - f_{i+2}}{x_i - x_{i+2}} (x_k^j - x_{k+1}^j)\right| \quad (k = 1, 2, \ldots, n+1).$$

K désignant le mineur de Δ_n correspondant à son dernier élément $f_{n+1} + f_{n+2} - 2\Pi_n$, $K_{i,j}$ — les mineurs (d'ordre $n-1$) de K. Donc $f_1 = f_3 = \ldots$, $f_2 = f_4 = \ldots$ entraine $\Pi_n(x) = \frac{f_1 + f_2}{2}$, $E_n = \left|\frac{f_1 - f_2}{2}\right|$. Il en résulte immédiatement que, parmi tous les polynomes $x^n + \ldots$ c'est $\frac{\cos n\,\mathrm{ar}\cos x}{2^{n-1}}$ qui s'écarte le moins possible de zéro dans l'intervalle $(-1, 1)$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Distribution des singularités. De la solution d'une équation intégrale linéaire*. Note [1] de M. **Radu Badesco**, présentée par M. Hadamard.

Nous avons récemment démontré [2] que l'équation intégrale linéaire

$$(1) \qquad \Phi(z, \lambda) - \lambda \left\{ F(z)\Phi(\alpha z, \lambda) + \int_a^b K(z, s)\Phi(zs, \lambda)\, ds \right\} = \Psi(z),$$

---

(1) Séance du 12 novembre 1929.

(2) *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 217 et 851; **189**, 1929, p. 83 et 223.

pour $|\alpha| \leqq 1$, $|a| \leqq 1$, $|b| \leqq 1$, admet une seule solution holomorphe en z, représentée par le développement taylorien

$$(2) \qquad \Phi(z, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} z^n \varphi_n(\lambda) : \prod_{i=0}^{n}\left(1 - \frac{\lambda}{\lambda_i}\right),$$

si $F(z)$, $\Psi(z)$ et $K(z, s)$ [1] sont holomorphes au voisinage de O_z.

Pour $|\alpha| < 1$, *la solution* (2) *est une fonction méromorphe dans tout le plan de la variable* λ, *les pôles étant les points de la suite* $\lambda, \lambda_1, \ldots, \lambda_n, \ldots$.

Pour $|\alpha| = 1$ et $F(0) \neq 0$, *cette solution possède aussi des points singuliers essentiels dans le plan* λ, *tous situés sur la circonférence* $\Gamma\,[|\lambda| = 1 : |F(0)|]$, *et qui sont des points d'accumulation de la suite des pôles* λ_n [2].

Dans cette Note nous nous proposons d'examiner aussi le cas où l'une au moins des trois quantités α, a et b dépasse en module l'unité [3] et d'établir les conditions suffisantes pour que la série (2), qui vérifie *formellement* l'équation (1) dans cette hypothèse, soit aussi une solution effective.

Rappelons l'expression analytique qui définit la suite (L) des pôles λ_n, apparents ou effectifs, de $\Phi(z, \lambda)$ dans le plan λ,

$$(\mathrm{L}) \qquad \lambda_n = 1 : \left(F(0)\alpha^n + \int_a^b K(0, s) s^n\, ds\right) \qquad (n = 0, 1, \ldots)$$

et supposons que *l'origine* O_λ *soit le seul point d'accumulation de cette suite de sorte qu'il n'existe à l'infini qu'un nombre fini de points* λ_n. C'est le cas où, les trois quantités $|\alpha|$, $|a|$ et $|b|$ étant supérieures à l'unité, la fonction $K(0, s)$ est bornée supérieurement en module dans (a, b) et où l'on a $F(0) \neq 0$. Dans cette catégorie rentre aussi le cas

$$F(0) = 0 \quad \text{et} \quad 0 < K' < |K(0, s)| < K.$$

Ceci dit, effectuons l'inversion $\lambda = \frac{1}{\nu}$. La solution de la forme (2) de la nouvelle équation déduite de (1) par cette transformation pourra être obtenue en remplaçant dans la série (2) λ par $\frac{1}{\nu}$. En posant

$$\nu_n = \lambda_n^{-1} \quad \text{et} \quad \varphi'_n(\nu) = \nu^n . \varphi_n\left(\frac{1}{\nu}\right),$$

---

(1) Quel que soit s dans l'intervalle fermé (a, b) pour le noyau $K(z, s)$.

(2) Tous ces points singuliers essentiels sont rejetés à l'infini si $F(0) = 0$.

(3) Ces quantités doivent être finies pour que notre méthode soit valable.

cette solution *formelle* s'écrira

$$(4)\qquad \Phi'(z, \nu) = \nu \sum_{n=0}^{\infty} z^n \varphi'_n(\nu) : \prod_{i=0}^{n} (\nu - \nu_i).$$

Notre méthode ([1]) nous conduira à une majorante de ce développement (4) dont le rayon de convergence est égal à

$$R_z = \rho \lim_{n=\infty} \frac{|\nu_1 - \nu_n|}{|\nu| - |\nu_n| - \rho \bar{\mu}_{n,1}} = \rho \frac{1}{1 + \rho \lim\limits_{n=\infty} \dfrac{\bar{\mu}_{n,1}}{|\nu_n| - |\nu|}}$$

$$\left\{ \bar{\mu}_{n,1} = S\left[|\alpha|^n + \frac{b^{n+1} - a^{n+1}}{n+1} \right] \right\}$$

pour $|\nu|$ plus petit que V_τ, la borne inférieure des modules de la suite $\nu_n (n = 0, 1, \ldots)$ ([2]). D'après nos hypothèses, ce rayon est différent de zéro ([3]). Introduisant alors la fonction déterminante

$$D(\nu) = \prod_{i=0}^{\infty} \left(1 - \frac{\nu}{\nu_i}\right) e^{\frac{\nu}{\nu_i}}$$

holomorphe dans tout le plan ν, nous pourrons prolonger la solution (4) en tout point du plan λ, moyennant multiplication de l'équation (1) par des facteurs convenablement choisis. Nous avons le théorème :

THÉORÈME. — *La solution effective* $\Phi(z, \lambda)$ *de l'équation intégrale* (1), *holomorphe au voisinage de l'origine du plan* z, *est représentée par la série* (2) *dans l'hypothèse de l'holomorphie des fonctions données et d'une accumulation des points de la suite* (L) *à l'origine* O_λ *seulement, quel que soit* λ *en dehors de l'ensemble* (L). *Dans le plan* λ, *cette solution admet l'origine* O_λ *comme point singulier essentiel, limite de la suite* (L) *des pôles.*

Remarquons que si $F(0) = 0$ et $K(0, s) \equiv 0$, tous les pôles λ_n sont rejetés à l'infini et si l'une au moins des trois quantités $|\alpha|$, $|a|$ et $|b|$ est plus grande que l'unité, la majorante de la série des modules de (2) divergera quels que soient z et λ, et il en sera de même pour toutes les autres distributions des points d'accumulation de (L) que celles mentionnées plus haut.

([1]) Voir les deux dernières Notes déjà citées.

([2]) Si à l'origine O_ν on a une coïncidence de r points de la suite ν_R, ν_τ est égal au module du pôle ν_τ le plus rapproché de O_ν; dans ce cas c'est la fonction $\nu^r.\Phi'(z, \nu)$ qui est holomorphe au voisinage de O_ν.

([3]) Il est facile à voir que $\lim\limits_{n=\infty} \dfrac{\bar{\mu}_{n,1}}{|\nu_n| - |\nu|}$ existe dans nos hypothèses.

Donc, dans de telles circonstances, *l'équation intégrale* (1) *n'admet pas en général de solutions holomorphes au voisinage de l'origine du plan z.*

Nous avons pu ainsi étudier par notre méthode plusieurs équations intégrales linéaires dont les solutions possèdent dans le plan λ des singularités essentielles à distance finie et même à l'origine, propriété qui paraît ne pas avoir été mise en évidence pour aucune équation intégrale linéaire ordinaire [1]. Nous reviendrons dans une prochaine Note sur l'étude des solutions exceptionnelles de l'équation (1).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la théorie des groupes infinis.* Note [2] de M. **Gr. C. Moisil**, présentée par M. Hadamard.

S. Lie définit les groupes infinis de transformations ponctuelles par un ensemble d'équations aux dérivées partielles de Mayer-Lie :

$$(1)\qquad W_h\left(x^k, \bar{x}^k, \frac{\partial\bar{x}^k}{\partial x^i}, \frac{\partial^2\bar{x}^k}{\partial x^i\,\partial x^j}, \ldots\right) = 0.$$

Je remarque que ces équations montrent que les variables $\bar{x}^i$ sont des fonctions des variables x^i et des fonctionnelles ayant pour arguments les fonctions arbitraires introduites par l'intégration. Nous nous sommes proposé l'étude des groupes infinis de transformations d'un espace ponctuel — à une fonction paramètre pour simplifier — définis par

$$(2)\qquad \bar{x}^k = f^k|[x^1, \ldots, x^n | a(s)]|.$$

Le caractère de groupe est

$$(3)\qquad f^k|[\bar{x}^1, \ldots, \bar{x}^n | b(s)]| = f^k|[x^1, \ldots, x^n | c(s)]|,$$

où

$$(4)\qquad c(s) = \varphi|[a(\sigma), b(\sigma) \; s]|.$$

Cette définition, qui comprend celle des groupes infinis de S. Lie, est plus générale. Un groupe (2) n'admet pas toujours un système d'équations de définition (1).

---

(1) On sait que pour l'équation de Fredholm ordinaire, la solution générale est le quotient de deux fonctions entières de λ, donc méromorphe dans tout le plan λ.

(2) Séance du 12 novembre 1929.

L'étude des groupes (2) est basée sur une généralisation du premier théorème de S. Lie, qui donne la variation des $\bar{x}^i$ pour une variation infiniment petite en moyenne $\delta a(s)$. Nous supposons que f^i, φ satisfont à certaines conditions d'analyticité et que le paramètre $a(s)$ est essentiel, ce que nous exprimons par la condition que le système d'équations

$$\int_0^1 f^i_{a(s)}\, \delta a(s)\, ds = 0$$

n'ait aucune solution $\delta a(s)$ indépendante des x^i et non presque partout nulle. La généralisation du premier théorème de Lie est

$$(5)\qquad \begin{cases} \delta \bar{x}^k = \displaystyle\int_1^1 \xi^k(\bar{x}, s)\, \omega\,|[a(\sigma)\,|\,s]|\, ds, \\ \delta \bar{x}^k = \displaystyle\int_0^1 \xi^k(\bar{x}, s)\, \omega\,|[b(\sigma)\,|\,s]|\, ds. \end{cases}$$

Ces équations font intervenir un ensemble continu de transformations infinitésimales :

$$(6)\qquad X(s) = \sum_{k=1}^{n} \xi^k(s) \frac{\partial}{\partial x^k},$$

et les formes pfaffiennes fonctionnelles $\varpi(s)$, $\omega(s)$.

En considérant que $\bar{a}(s) = c(s)$ est la fonction transformée de $a(s)$ par la transformation fonctionnelle (4), on est conduit au premier groupe paramétrique; $\bar{b}(s) = c(s)$ donne le second groupe paramétrique. Ce sont des groupes fonctionnels [1]. L'espace $\mathcal{E}$ du paramètre $a(s)$ est l'espace des fonctions de carré sommable. Le premier groupe paramétrique conserve $\omega(s)$:

$$(7)\qquad \omega|[\bar{a}(\sigma)\,|\,s]| = \omega\,|a(\sigma)\,|\,s|,$$

le second conserve ω

$$(8)\qquad \omega|[\bar{b}(\sigma)\,|\,s]| = \omega\,|b(\sigma)\,|\,s]|.$$

Au premier groupe paramétrique on peut attacher une connexion [2]

---

(1) Gr. C. Moisil, *Sur les groupes fonctionnels* (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 691), et le travail sur *La mécanique analytique des systèmes continus*, p. 88 et suiv. (Paris, Gauthier-Villars, 1929).

(2) A l'exemple de M. E. Cartan, *La géométrie des groupes de transformations* (*Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 9e série, 6, 1927, p. 1).

dans l'espace $\mathcal{E}$. Si

$$(9)\qquad \omega\,|[a(\sigma)\,|\,s]| = \alpha\,|[a(\sigma)\,|\,s]|\,\delta a(s) + \int_0^1 \alpha\,|[a(\sigma)\,|\,s,\,\rho]|\,\delta a(\rho)\,d\rho,$$

$$(10)\qquad \delta a(s) = \omega\,|[a(\sigma)\,|\,s]|\,\alpha\,[a(\sigma)\,|\,{}^{*}_{s}]| + \int_0^1 \omega\,|[a(\sigma)\,|\,\rho]|\,\alpha\,[a(\sigma)\,|\,{}^{*\,*}_{\rho\,s}]\,d\rho,$$

cette connexion est une connexion affine de l'espace fonctionnel

$$(11)\qquad \delta\left[\alpha(s)\,u\binom{s}{*} + \int_0^1 \alpha(s;\,\sigma)\,u\binom{*}{\sigma}\,d\sigma\right] = 0,$$

$U\binom{s}{*}$ est une tensorielle contrevariante du premier ordre. Cette connexion rentre dans la classe des connexions de l'espace fonctionnel, étudiées par M. Akitsugu Kawaguchi [1]. C'est une connexion sans courbure mais avec torsion. Elle définit un parallélisme à distance, qui n'est pas la traduction de la relation

$$T_{b(s)}\,T^{-1}_{a(s)} = T_{b(s)}\,T^{-1}_{a(s)}.$$

Cette étude est facilitée par l'introduction du premier paramètre canonique $e(s) = t\lambda(s)$ qui définit $a(s)$ par une équation intégro-différentielle

$$(12)\qquad \frac{\partial a(s,\,t)}{\partial t} = \alpha\binom{*}{s}\,\lambda(s) + \int_0^1 \alpha\binom{*\,*}{\rho\,s}\,\lambda(\rho)\,d\rho.$$

La construction du groupe (2) avec ce paramètre canonique se réduit à l'intégration d'un système d'équations différentielles

$$(13)\qquad \frac{dx^k}{\partial t} = \int_0^1 \xi^k(\overline{x},\,s)\,\lambda(s)\,ds.$$

Le second groupe paramétrique conduit à une seconde connexion affine, une seconde espèce de parallélisme est un second paramètre canonique.

---

[1] Akitsugu Kawaguchi, *Sur les différentes connexions de l'espace fonctionnel* (*Comptes rendus*, 189, 1929, p. 436).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la croissance des fonctions analytiques et de leurs dérivées.* Note [1] de M. **W.-S. Fédoroff**, présentée par M. Émile Borel.

Considérons dans le plan de la variable z un ensemble infini de cercles et désignons respectivement par K chaque cercle de cet ensemble et par R et q le rayon de K et la distance de son centre de l'origine ($z = 0$).

Nous supposons qu'il existe des cercles K pour $q \to \infty$ et que dans chaque K on peut construire un cercle concentrique C de rayon R' tel que l'un des deux cas suivants se présente :

1° $$\theta R \geqq R' > a;$$

2° $$\theta R \geqq R' = e^{-H(q)};$$

θ et a étant deux constantes positives, $0 < \theta < 1$, et $H(x)$ étant une fonction non décroissante et dérivable de la variable réelle positive x et de plus telle, qu'on ait

$$H'(x).e^{-H(x)} \underset{x \to +\infty}{\to} 0,$$

$H'(x)$ désignant la dérivée de $H(x)$. Ainsi il est possible qu'on ait, pour $q \to \infty$, $R \to 0$ et $R' \to 0$.

Considérons maintenant pour chaque cercle K une fonction $f(z)$ univoque et holomorphe dans K et telle que, quelque petits que nous choisissions les nombres positifs ε et δ, nous ayons pour les points des cercles K, à partir d'une valeur suffisamment grande de $|z|$,

(I) $$|f(z)|.e^{-(1+\varepsilon)\mu(|z|)} < \delta,$$

$\mu(x)$ étant une fonction croissante et dérivable de la variable réelle positive x qui vérifie pour $x \to +\infty$ les conditions suivantes :

(A) $$\mu(x) \to +\infty,$$

(B) $$\mu'(x).e^{-\delta\mu(x)} \to 0,$$

$\mu'(x)$ étant la dérivée de $\mu(x)$ et δ étant un nombre positif fixe aussi petit qu'on veut.

(C). On peut construire autour de chaque point $x = \xi$ de l'axe réel (ξ est > 0 et assez grand) un cercle Γ de rayon $r = e^{-\alpha\mu(\xi)}$ (α étant un

---

[1] Séance du 12 novembre 1929.

nombre positif aussi petit qu'on veut) dans lequel il existe une fonction holomorphe $\mu(z) = u + iv$ qui coïncide avec $\mu(x)$ sur l'axe réel (x étant suffisamment grande) et qui est telle que l'on ait pour les points z situés dans Γ

$$\frac{u}{\mu(|z|)} \to 1 \qquad (\text{pour } \xi \to +\infty),$$

et de plus, pour les points z d'un cercle Γ assez éloigné,

$$\text{(D)} \qquad \mu(|z|) < c\mu(\xi),$$

c étant une constante positive,

$$\text{(E)} \qquad \frac{H(x)}{\mu(x)} \to 0 \qquad (\text{pour } x \to +\infty).$$

On peut prendre, *par exemple*, $\mu(z) = a(\log z)^p$; $\mu(z) = e^{az^p}$; $\mu(z) = e^{e^{az^p}}$, etc., $\mu(z) = az^p$; ..., et $H(x) = c[\log \mu(x)]^{1+s}$; c, s, a et p étant des constantes positives (c est suffisamment grande). Cela posé, j'ai démontré que, pour les points des cercles C, la dérivée, $f'(z)$, de la fonction $f(z)$ vérifie la même condition (I), c'est-à-dire, quelque petits que nous choisissions les nombres positifs ε et δ, nous avons pour les points des cercles C, à partir d'une valeur suffisamment grande de $|z|$,

$$|f'(z)|\, e^{-(1+\varepsilon)\mu(|z|)} < \delta.$$

Il faut remarquer que deux cercles K peuvent avoir une partie commune et que les fonctions $f(z)$, définies dans ces cercles, ne sont pas nécessairement des branches d'une même fonction analytique.

MÉCANIQUE RATIONNELLE. — *Sur les cas les plus généraux d'intégrabilité des équations du mouvement d'un corps solide dans un liquide.* Note [1] de M. **Kourensky**, transmise par M. Appell.

Pour l'expression de la force vive sous la forme la plus générale

$$\text{(1)} \qquad \begin{aligned} 2T = \sum a_i x_i^2 + 2\sum A_i x_j x_k + \sum b_i y_i^2 \\ + 2 B_i y_j y_k + 2\sum c_i x_i y_i + 2\sum C_{jk} x_j y_k = \text{const.} \\ (i, j, k = 1, 2, 3;\ i \neq j \neq k) \end{aligned}$$

On peut changer l'origine et les directions des axes coordonnées de telle

[1] Séance du 12 novembre 1929.

manière que, pour les coefficients a', b', c', A', B', C' de l'expression (1) transformée

$$(2)\qquad \begin{aligned} 2T' = \Sigma a'_i x_i^2 + 2\Sigma A'_i x_j x_k + \Sigma b'_i y_i^2 \\ + 2\Sigma B'_i y_j y_k + 2\Sigma c'_i x_i y_i + 2\Sigma C'_{jk} x_j y_k = \text{const.}, \end{aligned}$$

les six conditions soient vérifiées.

Les équations du mouvement sont telles, qu'à la réserve de l'expression de la force vive, *en tout cas*, ont lieu les relations de Kirchhoff

$$(3)\qquad x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = \text{const.},$$

$$(4)\qquad x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 = \text{const.}$$

En multipliant les (3) et (4) par l et μ et en ajoutant les produits à l'expression (2), nous aurons

$$2T'' = \Sigma a''_i x_i^2 + 2\Sigma A'_i x_j x_k + \Sigma b'_i y_i^2 + 2\Sigma B'_i y_j y_k + 2\Sigma c''_i x_i y_i + 2\Sigma C'_{jk} x_j y_k = \text{const.},$$

où les a_i et c_i ont les paramètres λ et μ. Nous pouvons prendre les multiplicateurs λ et μ de telle manière que soient satisfaites, par exemple, les deux conditions suivantes [1] :

$$(c''_1 B'_2 + B'_3 C'_{32}) B'_1 = (c''_2 B'_1 + B'_3 C'_{13}) B'_2,$$
$$(c''_1 B'_3 + B'_2 C'_{23}) B'_1 = (c''_3 B'_1 + B'_2 C'_{12}) B'_3.$$

Nous pouvons transformer les axes coordonnées par les six formules, par exemple, suivantes :

$$(a''_1 A'_2 + A'_1 A'_3) A'_1 = (a''_2 A'_1 + A'_2 A'_3) A'_2; \qquad A'_3 B'_1 = A'_1 B'_3;$$
$$(b'_1 B'_2 + B'_1 B'_3) B'_1 = (b'_2 B'_1 + B'_2 B'_3) B'_2,$$
$$(a''_1 A'_3 + A'_1 A'_2) A'_1 = (a''_3 A'_1 + A'_2 A'_3) A'_3; \qquad A'_2 B'_1 = A'_1 B'_2;$$
$$(b'_1 B'_3 + B'_1 B'_2) B'_1 = (b'_3 B'_1 + B'_2 B'_3) B'_3.$$

Alors, *l'intégrale quatrième*

$$\begin{aligned}(C'_{13} + C'_{31})(C'_{12} + C'_{21}) y_1 + (C'_{12} + C'_{21})(C'_{23} + C'_{32}) y_2 \\ + (C'_{23} + C'_{32})(C'_{13} + C'_{31}) y_3 = \text{const.}\end{aligned}$$

existera aux quatre conditions seulement

$$\frac{C'_{12} + C'_{21}}{C'_{23} + C'_{32}} = \frac{A'_1}{A'_3} = \frac{C'_{23} - C'_{32}}{C'_{12} - C'_{21}},$$

$$\frac{C'_{13} + C'_{31}}{C'_{32} + C'_{23}} = \frac{A'_2}{A'_1} = \frac{C'_{32} - C'_{23}}{C'_{13} - C'_{31}}.$$

---

[1] M. KOURENSKY, *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 477.

Évidemment, *pour l'intégrale de M. Olsson*, $y_3 = 0$, *il est nécessaire d'avoir seulement trois conditions;* on peut vérifier deux autres conditions par λ et μ, convenablement choisies.

Le problème d'intégration des équations du mouvement, pour les cas de M. Olsson et mien, se réduit, comme on sait, aux quadratures.

MÉCANIQUE. — *Sur la flexion d'une poutre anisotrope.* Note de M. **A. Lokchine**, présentée par M. Mesnager.

Pour examiner la flexion, on doit trouver la fonction qui satisfait à l'équation

$$\alpha_1 \frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^4} + 2\alpha_0 \frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^2 \partial z^2} + \alpha_2 \frac{\partial^4 \varphi}{\partial z^4} = 0 \quad (^1)$$

et aux conditions limites. Considérons le cas où une poutre appuyée est fléchie par les forces normales à son axe et uniformément distribuées sur la facette supérieure. La section transversale de la poutre est rectangulaire. Désignons l'intensité de ces forces, la hauteur et la longueur de la poutre correspondant par q, $2a$ et $2l$. L'axe y coïncide avec l'axe de la poutre, nous fixons l'origine des coordonnées au milieu. Prenons, pour φ, l'expression

$$\varphi = \frac{3q}{4a^3}\left\{\frac{1}{6}y^2z^3 - \frac{\alpha_0}{30\alpha_2}z^5 - \frac{1}{2}a^2y^2z - \frac{1}{3}a^3y^2 - \frac{1}{6}\left(l^2 - \frac{2\alpha_0}{5\alpha_2}a^2\right)z^3\right\},$$

d'où les tensions

$$Y_y = \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = \frac{3q}{4a^3}\left\{y^2z - \frac{2\alpha_0}{3\alpha_2}z^3 - \left(l^2 - \frac{2\alpha_0}{5\alpha_2}a^2\right)z\right\},$$

$$Z_z = \frac{3q}{4a^3}\left\{\frac{z^3}{3} - a^2z - \frac{2}{3}a^3\right\}, \qquad Y_z = -\frac{\partial^2\varphi}{\partial y\,\partial z} = \frac{3qy}{4a^3}(a^2 - z^2).$$

Nous avons rempli les conditions pour $z = \pm a$. Dans les sections aux bouts $y = \pm l$

$$\int_{-a}^{a} Y_y\,dz = 0, \qquad \int_{-a}^{a} Y_y\,z\,dz = 0, \qquad \int_{-a}^{a} Y_z\,dz = \pm ql,$$

et nous pouvons appliquer le principe de Saint-Venant. Pour le cas où les forces sont distribuées selon la loi $(Z_z)_{z=\pm a} = -ky$, nous désignons la lon-

(1) Cette équation aux différences partielles a été obtenue par M. Huber (voir *Teorya plyt*, p. 154).

gueur par l et fixons l'origine à l'extrémité gauche. Nous aurons

$$\varphi = \frac{k}{4a^3}\left\{\frac{1}{6}y^3z^3 - \frac{\alpha_0}{10\alpha_2}yz^5 - \frac{1}{2}a^2y^3z + \left(\frac{\alpha_0}{5\alpha_2}a^2 - \frac{1}{6}l^2\right)yz^3 + \left(\frac{1}{2}a^2l^2 - \frac{\alpha_0}{10\alpha_2}a^4\right)yz - \frac{1}{3}a^3y^3\right\},$$

$$Y_y = \frac{k}{4a^3}yz\left\{y^2 - \frac{2\alpha_0}{\alpha_2}z^2 + \frac{6\alpha_0}{5\alpha_2}a^2 - l^2\right\},$$

$$Z_z = \frac{k}{4a^3}\left\{yz^3 - 3a^2yz - 2a^3y\right\},$$

$$Y_z = -\frac{k}{4a^3}\left\{\frac{3}{2}y^2z^2 - \frac{\alpha_0}{2\alpha_2}z^4 - \frac{3}{2}a^2y^2 + \left(\frac{3\alpha_0}{5\alpha_2}a^2 - \frac{1}{2}l^2\right)z^2 - \frac{\alpha_0}{10\alpha_2}a^4 + \frac{1}{2}a^2l^2\right\}.$$

Nous remplissons les conditions limites pour $z = \pm a$ et aussi les conditions nécessaires pour l'application du principe de Saint-Venant aux $y = 0$ et $y = l$.

ASTRONOMIE. — *Déplacement périodique de la Polaire.* Note de M. A. **Danjon**, présentée par M. Deslandres.

M. E. Esclangon a montré (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 857) l'intérêt que présenterait l'étude directe du mouvement orbital de la Polaire, notamment par la photographie. La période présumée étant d'une trentaine d'années, un délai de cet ordre serait nécessaire pour obtenir des résultats définitifs. En attendant, on peut chercher une confirmation de l'existence d'un déplacement périodique, en s'adressant aux mesures du couple Σ 93, le compagnon de la Polaire (magn. 9^m, $r = 18'',4$, $\theta = 214°,8$ par rapport au pôle pour 1900) servant alors d'étoile de repère.

J'ai discuté les observations effectuées depuis 1802, à l'exception de quelques positions grossièrement aberrantes, et en modifiant le groupement des mesures isolées lorsqu'elles s'étendaient sur un trop grand intervalle de temps. J'y ai ajouté quelques mesures inédites effectuées à l'Observatoire de Strasbourg. J'ai pu finalement disposer de 50 positions, réparties sur 124 ans, mais de façon inégale, ce qui met obstacle à une détermination directe de la période.

En même temps qu'un mouvement orbital, il y a lieu de rechercher un mouvement relatif séculaire de la Polaire par rapport à son compagnon. Voici les résultats :

1° La distance du couple ne manifeste aucune variation séculaire. L'angle de position croît de 0°,7 par siècle. Les valeurs de θ, déjà corrigées de la précession, l'ont été également de cette variation, et ramenées à 1900.

2° Les observations sont groupées par phases (origine 1900). On a fait successivement deux hypothèses sur la période : 30 ans (Moore, vitesses radiales) et 33 ans (E. Esclangon, observations méridiennes). Voici, en coordonnées rectangulaires, les positions moyennes des groupes formés :

P = 30 ans.				P = 33 ans.			
Phase.	r.	$r(\theta - 214°)$.	n.	Phase.	r.	$r(\theta - 214°)$.	n.
a 2,3	18″,68	0″,48	5	a 1,0	18″,42	0″,41	5
4,8	46	37	5	3,5	43	44	5
6,7	35	23	6	6,6	51	35	5
15,0	36	24	14	9,1	48	33	5
22,0	31	22	10	14,3	40	15	10
27,3	35	30	10	23,3	31	16	10
				29,5	30	33	10

Les deux tableaux font apparaître une variation systématique des coordonnées en fonction du temps. L'ensemble de la discussion met en évidence plus de régularité dans les résultats fournis par la période de 33 ans, mais la dispersion des observations utilisées ne permet pas de tirer argument de cette circonstance qui peut être fortuite.

En régularisant graphiquement les courbes de deux coordonnées en fonction du temps, on peut tracer la trajectoire apparente de la Polaire. La période de 30 ans donne une trajectoire très aplatie (grand axe, 0″,5, angle de position 70° environ) correspondant à une orbite vraisemblablement très excentrique. Le passage au périastre aurait eu lieu vers 1900 ou 1902, ce qui paraît en accord avec la courbe des vitesses radiales.

Quant à la période de 33 ans, elle fournit une ellipse apparente bien dessinée (grand axe 0″,32, angle de position 115°, petit axe 0″,18). Dans les deux hypothèses, il se confirme que l'ascension droite de la Polaire varie périodiquement d'une quantité comprise entre une seconde de temps et une seconde et demie. Avec la période de 33 ans, le terme correspondant du développement de M. Esclangon (*loc. cit.*) prendrait la forme

$$-0'',53 \sin \frac{2\pi(t-1896)}{33} \quad \text{au lieu de} \quad -0'',51 \sin \frac{2\pi(t-1900)}{33}.$$

L'accord est excellent quant à l'amplitude; mais il apparaît un important

décalage de phase de 4 ans, qui serait encore accentué avec la période de 30 ans. La dispersion des mesures utilisées de part et d'autre est trop grande pour que ce désaccord doive être considéré comme irréductible. On le diminuerait notablement en augmentant la valeur admise pour le mouvement propre séculaire en ascension droite de la Polaire. *A priori*, la valeur de cet élément présente le même caractère d'incertitude que la position moyenne de l'astre, ou les constantes de la nutation.

Le moment serait particulièrement favorable pour commencer des mesures systématiques de la Polaire, soit photographiquement, soit micrométriquement en conservant le compagnon Σ comme étoile de repère. J'indiquerai dans un autre Recueil quelques précautions utiles à prendre pour assurer la précision des mesures en angle de position, malgré le voisinage du pôle.

ÉLECTRICITÉ. — *Contribution à l'étude du champ cylindrique dans l'air ionisé à la pression ordinaire. Contrôle expérimental.* Note [1] de MM. **Pauthenier** et **Mallard**, présentée par M. A. Cotton.

L'étude théorique du champ électrique dans un espace cylindrique ionisé (fil axial à haute tension continue négative, cylindre à la terre) nous a conduits à prévoir, étant données les intensités d'ionisation que l'effet couronne permet de réaliser, une modification très notable du champ donné par la théorie électrostatique ordinaire. Nous avons discuté les principales conclusions de ce calcul dans une Note récente [2].

Or la précipitation des poussières fines ou gros ions fait, en général, intervenir des champs électriques cylindriques ou voisins de la forme cylindrique. Les théories parues jusqu'ici dans ce domaine utilisent la formule classique de l'électrostatique, selon laquelle le champ cylindrique varie en raison inverse de la distance à l'axe. Au contraire, nous prévoyons un champ élevé et presque constant dans le domaine où s'applique le calcul, c'est-à-dire dans la plus grande partie de l'espace annulaire, contiguë à l'électrode périphérique. Si l'expérience confirme les prévisions de notre calcul, d'une part les théories en question perdent leur portée, d'autre part

[1] Séance du 4 novembre 1929.

[2] *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 635. — Page 636, ligne 6, *au lieu de* $-\,C\mathcal{L}(\sqrt{C^2+2Ar^2+C})$, *lire* $-\,C\mathcal{L}(\sqrt{C^2+2Ar^2}+C)$; ligne 22, *au lieu de* $r_0 = 0{,}03$ cm, *lire* $2r_0 = 0{,}03$ cm.

nos recherches conduisent à des points de vue nouveaux, susceptibles d'ailleurs de conséquences pratiques.

Expériences et mesures. — Nous avons admis que l'ionisation par choc est négligeable dans l'espace annulaire, sauf au voisinage immédiat de la surface du fil, origine de l'effet couronne. On peut le contrôler : en effet, si l'on insuffle avec un tube de verre des poussières en un point quelconque du champ et que l'on éclaire vivement par un faisceau lumineux latéral, on voit que ces poussières sont toutes et instantanément projetées vers l'électrode périphérique.

Dans nos expériences, la haute tension négative est produite par un transformateur unipolaire 110×110000 volts et un kénotron. Des condensateurs, ayant une armature à la terre, régularisent la haute tension redressée; on fait croître la capacité jusqu'à ce que le courant dû à l'effet couronne atteigne sa limite pour le potentiel V_m appliqué. Pour mesurer directement et indépendamment de toute correction le courant i qui correspond à 1^{cm} de longueur du condensateur, le cylindre périphérique est coupé en trois tronçons : les deux cylindres extrêmes servent de gardes, le cylindre médian, isolé, est relié à la terre par l'intermédiaire d'un microampèremètre.

La mesure des potentiels est plus délicate. Pour mesurer correctement le potentiel V en un point d'une atmosphère gazeuse, même ionisée, il convient que les fuites de l'appareil de mesure, qui ne sont jamais nulles, soient négligeables devant le courant admissible pour son alimentation. Nous avons obtenu les meilleurs résultats avec une sonde incandescente; le très court filament de platine est chauffé avec un transformateur de chauffage de tube Coolidge. L'appareil de mesure des potentiels est un micromètre à boules de 5^{cm}, pourvu d'un abaque de correction.

Résultats. — L'expérienee, repétée en faisant varier V_m, r_0 et R_0 dans de larges limites, vérifie les prévisions du calcul avec toute la précision que l'on pouvait espérer, étant données en particulier les dimensions de la sonde.

Voici, entre autres, deux cas :

1° Petit cylindre : l'effet couronne est très intense, on approche du potentiel disruptif :

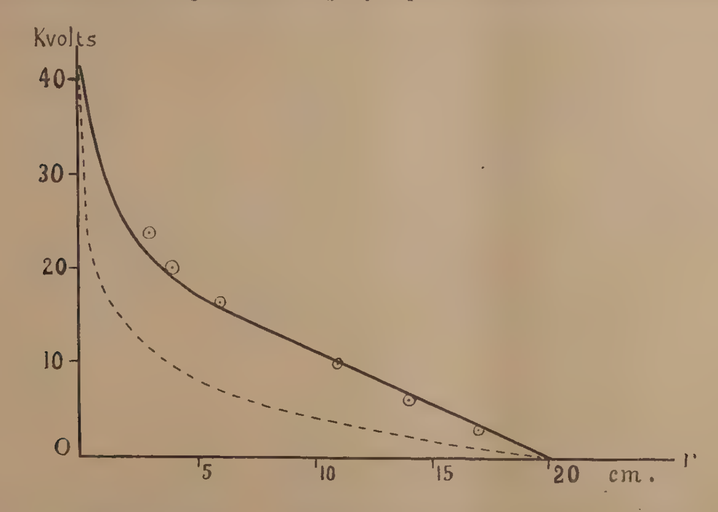
$r_0 = 0{,}015$ cm, $R_0 = 5{,}21$ cm, $V_m = 24{,}2$ kilovolts, $i = 13{,}2$ microamp.

r^{cm} (distance à l'axe)..........	4,0	3,0	2,0	1,5
V calculé....................	4,5	8,2	11,9	13,8
V observé....................	4,0	7,9	11,7	15,2
V de l'électrostatique..........	1,1	2,3	4,0	5,2

2° Gros cylindre : faute de condensateurs suffisants, V_m est nettement inférieur au potentiel disruptif

$r_0 = 0,015$ cm, $R_0 = 20$ cm, $V_m = 42,2$ kilovolts, $i = 1,15$ microamp.

Les résultats sont figurés sur le graphique ci-dessous où les courbes théo-



riques et expérimentales ne se distinguent qu'à l'approche de l'axe comme on doit s'y attendre. D'autre part, dans la majeure partie de l'espace, V est beaucoup plus grand que la valeur classique qui correspond à la courbe pointillée. Il en serait de même pour le champ E.

MAGNÉTISME. — *La localisation des pailles dans les arbres de machines.* Note [1] de M. J. **Peltier**.

Dans une Note précédente [2] j'ai montré comment il est possible de déceler l'existence de pailles ou autres défauts invisibles à l'intérieur de pièces de révolution en acier — arbres de machines par exemple —. Ce procédé peut évidemment s'appliquer à la recherche des défauts ou inégalités d'épaisseur dans les tubes en fer, fonte ou acier.

---

[1] Séance du 12 novembre 1929.

[2] *Sur le sondage magnétique des arbres de machines* (*Comptes rendus*, 188, 1929, p. 701).

Continuant ces recherches, dans le but de généraliser la méthode, j'ai d'abord eu l'idée d'adjoindre à l'éprouvette étudiée un petit collecteur-redresseur de courant participant à son mouvement de rotation. Ce collecteur formé de deux parties symétriques isolées, comportant chacune une bague adjacente à un demi-cylindre, reçoit le courant alternatif — provenant de l'électro-aimant polarisé — grâce à deux balais reposant sur les deux bagues du collecteur; tandis que deux autres balais en contact avec les parties hémi-cylindriques reçoivent un courant redressé qu'il est possible d'envoyer directement à un galvanomètre ordinaire. Grâce à ce dispositif, il est facile de tirer parti de rotations plus rapides des éprouvettes ou arbres à étudier, ce qui augmente la sensibilité de l'appareil. D'autre part, à toutes autres choses égales, *l'angle de calage* φ *du collecteur par rapport à un repère fixe sur l'arbre étudié, influe sur la valeur du courant* mesuré par le galvanomètre. Il existe notamment une certaine valeur φ_0 de cet angle pour laquelle, même en présence d'un défaut important, il n'y a aucune déviation de l'équipage mobile de l'appareil de mesure. Au contraire, pour un angle égal à $\varphi_0 \pm \frac{\pi}{2}$ la déviation devient maximum.

En résumé, la détermination de φ_0 *est des plus importantes car elle permet de situer le plan diamétral au voisinage duquel se trouve la cavité.*

Reprenant enfin l'idée initiale, comportant l'emploi direct des courants alternatifs obtenus, je ferai encore remarquer qu'il est possible *de laisser fixe l'arbre à étudier*, à condition toutefois qu'il existe un déplacement relatif par rapport au champ magnétique.

Je crois donc qu'il serait intéressant d'orienter de nouvelles recherches dans une direction *tendant vers l'emploi des champs tournants* avec un choix judicieux *de la fréquence*.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Traitement thermique des ferronickels complexes à deux constituants*. Note [1] de M. **P. Chevenard**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Les ferronickels réversibles tenant plus de 27 pour 100 de nickel ne subissent, au-dessus de la température ambiante, qu'une transformation thermomagnétique sans changement de phase. Cette transformation, exactement réversible pour des variations lentes de la température, cesse de

[1] Séance du 12 novembre 1929.

l'être pour des variations très rapides, comme le prouvent les modifications du point de Curie, de la dilatabilité, du coefficient thermoélastique, etc., conférées par la trempe ([1]). Mais comme la réaction thermomagnétique n'affecte pas la structure des ferronickels, elle agit très peu sur leurs propriétés mécaniques. Ces propriétés ne subissent donc guère que des modifications d'ordre banal par l'effet des traitements thermiques : destruction de l'écrouissage, etc. Il en est évidemment de même des propriétés mécaniques des ferronickels ternaires ou plus complexes, formés d'une solution solide homogène.

Mais certains éléments incorporés dans un fer ferronickel, donnent un agrégat de deux phases, dont la solubilité mutuelle croît avec la température. Un tel alliage, comparable au duralumin, doit éprouver comme celui-ci un durcissement structural par hypertrempe et revenu.

Cette idée a fait l'objet de recherches que j'ai poursuivies depuis plusieurs années. Je me propose, à titre d'exemple, de montrer l'aptitude de la trempe structurale des ferronickels purs ou chromés additionnés *d'aluminium*.

Cette aptitude ressort du diagramme d'analyse thermique tracé par le dilatomètre différentiel. La courbe de la figure 1 concerne un alliage

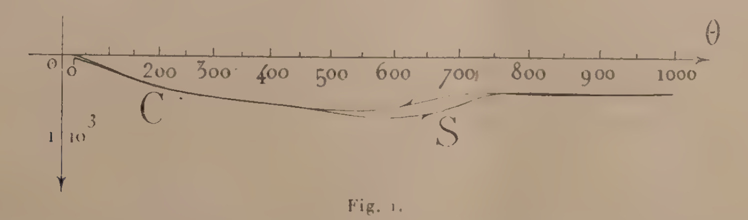


Fig. 1.

à 60 pour 100 Ni, 10 pour 100 Cr et 5 pour 100 Al. Outre l'anomalie C corrélative à la transformation magnétique, on voit, entre 450° et 800°, une singularité imparfaitement réversible S, analogue à celle que j'ai récemment décrite dans les ferronickels cuivrés ([2]). La singularité S traduit la mise en solution réciproque ou la séparation de deux phases; l'une d'elles, riche en aluminium, est dure.

([1]) Ch. Éd. Guillaume, *Recherches métrologiques sur les aciers au nickel.* (*Travaux et Mémoires du Bureau international des Poids et Mesures*, XVII, 1927, p. 178). P. Chevenard, *Recherches expérimentales sur les alliages de fer, de nickel et de chrome.* (*Ibid.*).

([2]) P. Chevenard, *Limite de solubilité du cuivre dans les ferronickels réversibles* (*Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 576).

La réaction S est escamotée en majeure partie lors des refroidissements rapides. Mais si l'on maintient à une température convenable la solution solide instable, ainsi obtenue par hypertrempe, elle se dédouble, et la dureté s'accroît par précipitation du constituant dur. Cette précipitation étant traduite par une contraction, l'analyse dilatométrique de l'alliage, au cours du revenu, permet d'en suivre la marche.

La figure 2 groupe les résultats obtenus avec l'alliage mentionné plus

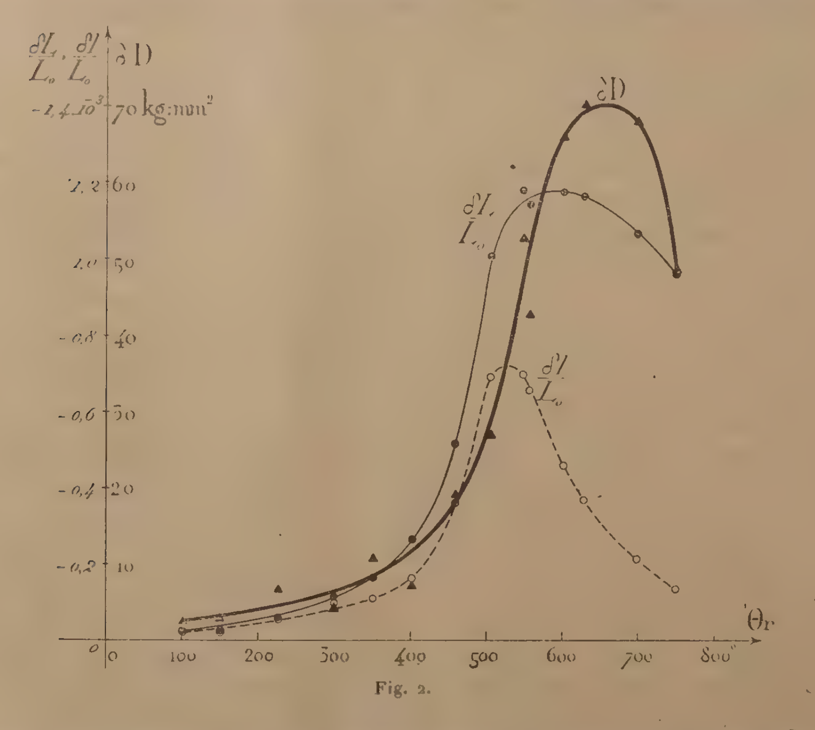


Fig. 2.

haut. Le barreau échantillon, préalablement hypertrempé à 1000° dans l'eau, est installé dans le dilatomètre, chauffé à l'allure de 200° par heure à la température θr choisie pour le revenu, maintenu sept heures à cette température et enfin abandonné au refroidissement. Pour chacune des températures θr on porte sur le diagramme l'augmentation de la dureté Brinell δD, la contraction totale $\frac{\delta L}{L_0}$ correspondant à l'ensemble du cycle thermique, et la partie $\frac{\delta l}{L_0}$ de la contraction survenue au cours du revenu isotherme.

Les durcissements obtenus sont appréciables; il est donc possible de rendre les ferronickels réversibles aptes à un traitement thermique et d'améliorer ainsi les qualités mécaniques d'alliages pourvus de remarquables propriétés physiques et chimiques (1).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la disparition de l'hydrogène dans les tubes à décharge.* Note de M. **René Delaplace**, présentée par M. Jean Perrin.

Nous avons montré (2) que la disparition de l'hydrogène dans les tubes à décharge était liée :

1° A un phénomène d'hydrogénation de l'oxyde de carbone;

2° A un phénomène d'oxydation-réduction de traces de vapeur de mercure adsorbées sur les parois internes du tube;

3° A l'apparition dans le tube à décharge d'oxyde de carbone et de méthane.

Ce dernier phénomène semblait s'expliquer par la dissociation de la paroi interne du verre sous l'influence des radiations émises dans le tube. L'expérience suivante montre qu'il n'en est pas ainsi :

Le tube à décharge est isolé du reste de l'appareil par des vases Dewar contenant de l'air liquide pendant une durée de 24 heures; de l'hydrogène pur est alors soumis à la décharge pendant une heure dans les conditions définies dans un compte rendu précédent (3).

On remarque alors que dans ce tube privé de traces de vapeurs d'eau et de mercure :

1° L'hydrogène ne subit pas de contraction irréversible;

2° L'on ne retrouve aucune trace d'oxyde de carbone ni de méthane, malgré le bombardement continu des parois internes du tube par les radiations qu'il émet.

Influence de la vapeur d'eau. — Ce fait doit être rapproché de ceux signalés par R. W. Wood (4). On sait que la vapeur d'eau est nécessaire

(1) Postérieurement à ces expériences, j'ai eu connaissance des recherches entreprises dans la même direction au laboratoire de la Société Siemens und Halske, et qui ont mis en évidence l'effet d'une addition de glucinium. Voir Masing et M. Kroll, *Beryllium-Arbeiten* (*Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus dem Siemens-Konzern* 1929, Berlin, J. Springer).

(2) René Delaplace, *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 708.

(3) René Delaplace, *Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 225.

(4) R. W. Wood, *Phil. Mag.*, **42**, 1921, p. 729.

pour que dans un tube d'hydrogène apparaisse la série de Balmer émise lors de la dissociation de la molécule en atomes. L'hydrogène atomique ainsi formé dans le tube peut subsister ou se détruire en redonnant des molécules d'hydrogène; la recombinaison est fortement exothermique et se produit électivement sur quelques points du tube :

$$2H^{+} = H^{2} + 98000^{cal}$$

Ces régions du tube à décharges catalysent la recombinaison des atomes d'hydrogène pour donner de l'hydrogène moléculaire et sont en général voisines des électrodes; cependant on les trouve aussi dans la partie centrale du tube à décharge; on reconnaît facilement ces points singuliers à la teinte blanche du tube dans leur voisinage (émission du spectre secondaire) et à l'échauffement anormal de la paroi qui peut aller jusqu'à la fusion du tube. La dissociation thermique du verre se produit dans ces régions avec libération de traces de gaz — CO^2 — CO et H^2 — tout comme l'avait fait le bombardement cathodique.

Lorsque le tube est parfaitement sec, l'examen spectroscopique montre que le spectre secondaire apparaît seul (sauf H_α qui subsiste), il n'y a plus formation massive stable d'hydrogène atomique, plus de recombinaison sur des points privilégiés du tube, donc plus de disparition d'hydrogène par suite de la réduction de l'oxyde de carbone et du gaz carbonique.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur un nouveau produit dérivé du pyramidon.* Note (¹) de MM. **Raymond Charonnat** et **Raymond Delaby**, présentée par M. Auguste Béhal.

La fixation d'oxygène sur l'azote tertiaire de certains alcaloïdes, diminue considérablement leur toxicité sans que l'action pharmacodynamique soit atténuée dans la même proportion (A. Pictet, M. et M. Polonovski); comme on reproche au pyramidon, excellent médicament, une toxicité un peu trop élevée et des actions secondaires fâcheuses, nous avons essayé de préparer les aminoxydes du pyramidon.

Théoriquement, ce composé qui possède deux atomes d'azote aminés peut donner deux N-monoxydes et un N-dioxyde (l'atome d'azote I, compris entre — CO — et — C^6H^5 paraissant peu apte à donner un N-oxyde).

(¹) Séance du 12 novembre 1929.

L'expérience nous a conduits à la fixation simultanée de deux atomes d'oxygène sur le pyramidon, mais le composé formé ne possède aucune des propriétés caractéristiques des aminoxydes.

Nous avons déterminé sa constitution; nous l'appellerons dioxypyramidon pour la commodité du langage, parce que sa formule brute diffère de celle du pyramidon par deux atomes d'oxygène en plus, mais nous soulignons dès à présent que cette fixation d'oxygène n'est pas une simple addition. Dans cette Note, nous nous bornerons à la description de sa préparation et de ses propriétés principales.

I. *Préparation.* — Le dioxypyramidon peut être obtenu par action de l'eau oxygénée concentrée (perhydrol) sur le pyramidon en présence ou en l'absence d'un solvant. Il est bon de refroidir pour éviter l'emballement de la réaction.

Nous n'avons pu obtenir de dérivé N-monoxydé par action ménagée de la moitié du perhydrol nécessaire pour obtenir le dioxypyramidon, non plus qu'un dérivé trioxydé ou peroxydé, soit en partant du pyramidon, soit en poursuivant l'action du perhydrol sur le dioxypyramidon. Les résultats des analyses élémentaires répétées justifient la composition $C^{13}H^{17}O^{3}N^{3}$ et l'action du perhydrol sur le pyramidon est donc bien limitée à 2^{mol} de H^2O^2 par molécule de pyramidon en ne donnant qu'un seul produit principal, le dioxypyramidon.

Des parties incristallisables nous avons pu isoler un produit fusible à 93°, obtenu par ailleurs dans l'hydrolyse du dioxypyramidon : l'αα-acétylméthyl-β-phénylhydrazide; on a récolté aussi une notable proportion de dioxypyramidon.

II. *Propriétés.* — Le dioxypyramidon cristallise avec difficulté en l'absence de germes; par cristallisation lente, on peut obtenir des prismes tabulaires de 5 à 6^{mm}, d'apparence orthorhombique, incolores, transparents, fusibles à 105°,5 à la surface d'un bain de mercure. Le mélange avec du pyramidon F. 107°, fond à $T < 95°$. Très stable, il distille sans décomposition de 194 à 201° sous 2^{mm}.

La solubilité trouvée par la méthode des déterminations convergentes exposée antérieurement par l'un de nous [1] s'exprime ainsi : 100^g d'eau dissolvent $7^g,69$ de dioxypyramidon à 20° et $48^g,2$ à 37°; cette solubilité se rapproche beaucoup de celle de l'antipyrine et elle est six fois plus forte

(1) R. Charonnat, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 284, et *Bull. Sc. Pharmacol.*, 34, 1927, p. 545.

que celle du pyramidon à 37°. Les courbes comparées seront publiées dans un autre Recueil. Le dioxypyramidon est moins sensible que le pyramidon à l'action insolubilisante des sels minéraux. Inversement, la solubilité est augmentée en présence de benzoate ou de salicylate de sodium.

Le dioxypyramidon ne donne pas de sels définis : les propriétés fortement basiques du pyramidon ont disparu et le dioxypyramidon est neutre à l'hélianthine. Le chlorhydrate de dioxypyramidon se fait en solution éthérée, mais la combinaison doit être bien lâche, car nous n'avons pas réussi à en précipiter un chloroplatinate analogue au même complexe obtenu avec le pyramidon.

Les réactifs de précipitation des alcaloïdes qui précipitent antipyrine et pyramidon de leurs solution aqueuses diluées ne précipitent pas le dioxypyramidon de sa solution au vingtième; il en est de même du chlorure mercurique. Les réactions de coloration (acides nitreux, nitrique, sulfurique, persulfates, nitrate d'argent, etc.) qui servent à différencier l'antipyrine du pyramidon et à les caractériser tous deux dans le dioxypyramidon, sont négatives avec ce produit pur. La réaction de Gay et Fortuné, c'est-à-dire la coloration vert foncé par action du ferricyanure de potassium en solution chlorhydrique, est commune aux trois composés. En outre, le dioxypyramidon réduit lentement le réactif cupro-potassique au bain-marie.

Au point de vue pharmacodynamique, le dioxypyramidon est à peu près aussi analgésique et antitoxique que le pyramidon; il a en plus des propriétés hypnotiques marquées et il est plus soluble que le pyramidon, dont il ne présente pas les incompatibilités pharmaceutiques.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'alcool hexahydrophényléthylique et quelques-uns de ses homologues.* Note de M. **Georges Darzens**, présentée par M. A. Béhal.

Dans la préparation de l'alcool phényléthylique par réduction de l'ester phénylacétique, suivant la méthode de Bouveault et Blanc, c'est-à-dire par l'action du sodium et de l'alcool absolu, on observe toujours que les têtes de rectification du produit purifié par l'intermédiaire du phtalate acide de sodium présentent une légère odeur spéciale très différente de celle de l'alcool cherché.

J'ai voulu rechercher la cause de cette odeur, et à cet effet j'ai procédé à la rectification très soignée d'une quantité importante de ces têtes prove-

nant de la rectification industrielle de plusieurs centaines de kilogrammes d'alcool phényléthylique; j'ai pu ainsi arriver à isoler un corps d'une faible odeur spéciale ayant tous les caractères d'un alcool et que l'analyse a montré être l'alcool hexahydrophényléthylique de formule

$$C^6H^{11}—CH^2—CH^2OH.$$

Cet alcool n'avait pas été signalé dans la réduction de l'ester phénylacétique par le sodium et l'alcool absolu; il ne s'y produit d'ailleurs qu'en quantité extrêmement faible, de l'ordre du millième, et n'aurait certainement pas pu être mis en évidence si l'industrie n'avait permis de traiter des quantités importantes de produit.

L'alcool hexahydrophényléthylique a déjà été préparé par Zélinsky, A. Skita, G. S. Hiers et R. Adams, et tout dernièrement par MM. Sabetay et Tchang-Mintsou ([1]). Étant donné l'intérêt qu'il présente et l'utilité de le caractériser sans doute possible dans les têtes de l'alcool phényléthylique, il m'a paru nécessaire de le préparer par un nouveau procédé direct et de l'étudier au point de vue de sa caractérisation.

J'ai, à cet effet, réduit l'ester éthylique de l'acide hexahydrophénylacétique par l'alcool amylique et le sodium en utilisant la technique suivante :

Dans un ballon surmonté d'un réfrigérant ascendant, et d'un tube vertical pour permettre l'introduction de petits morceaux de sodium, on commence par porter à l'ébullition un mélange de 170^g (1^{mol}) d'hexahydrophénylacétate d'éthyle et de 1760^g d'alcool isoamylique parfaitement sec (20^{mol}). On y projette ensuite lentement 100^g de sodium, la réaction est vive et terminée au bout d'une heure. On ajoute alors lentement environ 500^g d'eau pour décomposer les acoolats, la couche amylique est décantée, lavée soigneusement à l'eau jusqu'à réaction neutre puis distillée avec un bon vigreux pour séparer la plus grande partie de l'alcool amylique qui est ainsi récupéré. Le résidu est enfin rectifié au vide, après deux rectifications on obtient environ 80^g d'un produit distillant entre 95 et 100° sous 14^{mm}. Cet alcool brut est purifié par l'intermédiaire du phtalate acide de sodium suivant la technique habituelle, ce qui permet d'avoir l'alcool hexahydrophényléthylique pur distillant à 98-100° sous 14^{mm}.

Ce procédé donne, comme on le voit, un rendement de près de 60 pour 100 qui s'élève même à 80 pour 100 si l'on tient compte de l'acide hexahydrophénylacétique non réduit et récupéré dans les eaux alcalines de lavage; il paraît plus avantageux que les procédés employés par les auteurs cités, et la purification par l'emploi de l'ester phtalique acide

---

([1]) S. Sabetay et Tchang-Mintsou, *Bull. Soc. chim.*, 45, 1929, p. 845.

permet de l'obtenir tout à fait pur, ce qui est nécessaire pour juger de son odeur.

L'ester hexahydrophénylacétique nécessaire à cette préparation a été obtenu par la méthode que j'ai indiquée il y a plus de douze ans, en hydrogénant par le nickel l'acide tétrahydrophénylacétique lui-même obtenu en condensant l'esther chloracétique sur la cyclohexanone en présence de Magnésium, et en déshydratant l'acide ββ-oxycyclohexylacétique ainsi obtenu [1].

Pour identifier cet alcool avec celui de la préparation de l'alcool phényléthylique, il ne m'a pas été possible d'utiliser la phényluréthane qui ne cristallise pas. J'ai eu alors recours à la semicarbazone du pyruvate, méthode indiquée par Bouveault, cette semicarbazone cristallise bien, et fond à 170-171°.

A l'aide des mêmes méthodes, j'ai préparé les homologues méthylés dans le noyau de cet alcool qui n'avaient pas encore été préparés.

L'alcool ortho-méthylé distille à 115-117° sous 22^{mm}. La semicarbazone de son pyruvate fond à 139-140°.

L'alcool méta-méthylé distille à 116-117° sous 23^{mm}. La semicarbazone de son pyruvate fond à 157-158°.

L'alcool para-méthylé distille à 106-107° sous 12^{mm}. La semicarbone de son pyruvate fond à 160-161°.

Tous ces alcools hexahydroaromatiques ont une odeur faible très différente de celle des alcools aromatiques correspondants; leur odeur, non rosée, rappelle celle du cyclohexanol faiblement menthée, ils ne semblent pas présenter d'intérêt au point de vue des matières premières de parfumerie.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Transpositions d'oxydes d'éthylène dans la série terpénique.* Note [2] de M. **Marcel Faidutti**, transmise par M. Paul Sabatier.

Depuis Wurtz on connaît la faculté que possèdent les α-glycols et leurs oxydes de se transposer en aldéhydes ou en cétones, les glycols primaires-tertiaires conduisant plus généralement à des aldéhydes. L'étude de cette réaction a fait l'objet de nombreux Mémoires. Citons parmi les travaux les

(1) Georges Darzens, *Comptes rendus*, **144**, 1907, p. 152.

(2) Séance du 12 novembre 1929.

plus récents ceux de M. Tiffeneau, de Mme Ramart et de leurs collaborateurs.

La présente Note a pour but de signaler les premiers résultats que nous a fournis l'étude d'oxydes analogues, de la série terpénique. Les oxydes étudiés jusqu'ici sont les oxydes de camphène et de nopinène que l'on obtient régulièrement par fixation d'un atome d'oxygène sur la liaison éthylénique par la méthode de Prilejaieff, à l'aide de l'acide perbenzoïque.

L'oxyde de camphène bout à 90-92° sous 20mm et se solidifie facilement. On peut le distiller à la pression atmosphérique sans altération trop marquée; mais, distillé en présence de silice ou même simplement de pierre ponce, il se transpose en aldéhyde camphénylanique identifié nettement par sa semicarbazone (P. F. 191-192°) déjà décrite par plusieurs auteurs.

Une transposition analogue a été observée notamment par Henderson, Heilbron et Howie (1) puis par Detœuf (2) : ces auteurs ont montré que l'action des alcalis sur la chlorhydrine correspondante conduit directement à cet aldéhyde, sans que l'on puisse saisir le terme de passage : l'oxyde.

Le nopinène (β-pinène) conduit à l'oxyde de nopinène qui se présente sous la forme d'un liquide d'odeur camphrée et menthée à la fois,

$$Eb_{33} = 98\text{-}99^\circ, \quad D_4^{21} = 0{,}963, \quad n_D^{21} = 1{,}47576, \quad \text{R. M. } 44{,}49 \text{ (théorie : } 43{,}42).$$

Cet oxyde se comporte à la distillation comme l'oxyde de camphène et l'on obtient également un aldéhyde que l'on peut isoler facilement par un traitement au bisulfite de soude. L'aldéhyde que l'on obtient ainsi se présente sous la forme d'un liquide incolore, d'odeur agréable, très altérable à l'air,

$$Eb_{755} = 207\text{-}208^\circ, \quad D_4^{25} = 0{,}977, \quad n_D^{25} = 1{,}47703, \quad \text{R. M. } 43{,}95 \text{ (théorie : } 43{,}99).$$

La chaleur n'est pas le seul agent capable de réaliser la transposition de ces deux oxydes en aldéhydes. Le chlorure de zinc solide ou en solution dans l'éther anhydre la provoque également et d'une façon très aisée.

La facilité avec laquelle s'effectue cette isomérisation montre bien l'existence dans les oxydes de camphène et de nopinène du groupement

$$>C \overset{O}{\frown} CH^2.$$

On peut, par conséquent, admettre que l'aldéhyde dérivant de l'oxyde de

(1) *Journ. Chem. Soc.*, 105, 1914, p. 1367.

(2) *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 31, 1922, p. 179-180 et *Thèse Doct. Sc. Phys.*, Paris, 1920.

nopinène se forme d'après le schéma suivant :

```
        CH²                      C⫽O
        |\                       | \H
        | O                      CH
        C/                       
  HC<        >CH²     →     HC<        >CH²
    |  C<CH³ |                |  C<CH³  |
    |   CH³  |                |   CH³   |
  H²C        CH²            H²C         CH²
        CH                        CH
```

ce qui en ferait le dihydromyrténal.

Nous nous proposons de poursuivre l'étude de ces produits et de quelques-unes de leurs réactions.

CHIMIE APPLIQUÉE. — *Variations de la température d'allumage spontané des carburants additionnés de plusieurs corps, en fonction de la proportion de ces différents corps dans le mélange.* Note (¹) de M. **A. Grebel**, présentée par M. G. Charpy.

Depuis notre dernière Communication, présentée à la séance du 8 juillet et concernant des mélanges binaires à base d'une essence dont nous avons donné les caractéristiques, nous avons pu vérifier que la nature de l'essence et plus généralement du combustible liquide auquel on ajoute des substances diverses, a une grande influence sur la qualité indétonante ou détonante du mélange. On trouve notamment que l'effet à faible dose de l'aldéhyde éthylique très fortement détonant avec l'essence est simplement détonant avec le gas-oil; que l'acide acétique et l'alcool éthylique absolu ont des actions moins indétonantes sur le gas-oil que sur l'essence.

D'autre part nous avons fait étendre, comme l'indiquent les tableaux I et II, les investigations à des mélanges ternaires, quaternaires et même quinaires. Cependant, nous nous sommes borné à l'étude de mélanges qui sont stables au-dessus de 10° et dont les prix de revient ne sont pas prohibitifs en l'état économique actuel.

Les mélanges les plus intéressants, compte tenu d'abord de l'élévation de température d'allumage spontané et ensuite du prix de revient du litre, sont différents de ceux qu'on a envisagés au moment de l'étude du carburant national sous la préoccupation prédominante de créer des

(¹) Séance du 12 novembre 1929.

mélanges stables aux températures courantes de nos hivers. Il est à remarquer, par exemple, que le mélange I (tableau I) :

	En volume.
Essence	50 pour 100
Alcool éthylique absolu	20 »
Benzol	30 »

(qui coûte d'ailleurs moins cher), élève la température d'allumage de 57°, tandis que la température d'allumage du carburant national L :

Essence	50 pour 100
Alcool éthylique absolu	50 »

ne dépasse que de 12° celle de l'essence considérée.

TABLEAU I. — *Élévation de la température d'allumage spontané de l'essence par son mélange au benzol et à l'alcool éthylique absolu.*

Repères d'une abaque triangulaire.	En volume dans 100 de mélange.			Augmentation de la température d'allumage spontané de l'essence en degrés.
	Essence.	Benzol.	Alcool absolu.	
Mélanges binaires.				
A	100	0	0	0
F	70	0	30	4
B	70	30	0	10
L	50	0	50	12
G	50	50	0	20
Mélanges ternaires.				
E	70	15	15	26
C	70	21	9	30
D	70	18	12	30
K	50	15	35	30
M	60	24	16	34
U	50	37,5	12,5	37
H	50	35	15	41
J	50	25	25	41
I	50	30	20	57
T	40	50	10	114
S	30	62,5	7,5	140
R	20	75	5	140
Q	10	87,5	2,5	153
P	0	100	0	200

NOTA. — Tous ces mélanges sont stables à − 10°.

Le tableau II est relatif à de petites additions, au mélange I, d'acétone et d'aniline, produits très chers. Il est plus avantageux, au point de vue indétonant, d'ajouter 1 d'acétone, plus 1 d'aniline à 100 de mélange I, que 2 et surtout que 5 d'acétone.

Tableau II. — *Élévation de la température d'allumage spontané du mélange* I (50 °/₀ essence, 30 °/₀ benzol, 20 °/₀ alcool absolu) *par des additions d'acétone et d'aniline.*

Mélange.	Addition à 100 de mélange initial I d' : acétone.	Addition à 100 de mélange initial I d' : aniline.	En volumes dans 100 de mélange final : Essence.	Benzol.	Alcool éthylique.	Acétone.	Aniline.	Augmentation de la température d'allumage spontané par rapport : à l'essence.	au mélange.
Ternaire........	0	0	50	30	20	0	0	57°	0°
Quaternaire.....	0,5	0	49,75	29,85	19,9	0,5	–	58	1
id.	1	0	49,5	29,7	19,8	1	–	75	18
id.	2	0	49,0	29,4	19,6	2	–	80	23
id.	5	0	47,63	28,57	19,05	4,75	–	96	39
id.	0	0,1	49,95	29,97	19,98	–	0,1	57	0
id.	0	1	49,5	29,7	19,8	–	1	72	15
Quinaire........	1	1	49,0	29,4	19,6	1	1	92	25

On possède donc un moyen d'investigation méthodique et rapide permettant de déterminer des formules de mélanges au moins aussi efficaces que celles qui sont utilisées actuellement.

On peut même aller plus loin : nos expériences de distillation fractionnée, très poussée sur différents carburants et combustibles liquides, nous ont permis de scinder dans les produits commerciaux des fractions très détonantes. Le mode de coupage actuel des pétroles, en fonction de la température ou de la densité au coulage, devrait être remplacé par une sélection en fonction des qualités indétonantes pour ce qui est des dérivés plus ou moins lourds destinés aux moteurs à explosion poussés.

GÉOLOGIE. — *Le faisceau vermiculaire de Zermatt a-t-il son homologue dans la structure géologique de la Haute-Maurienne?* Note [1] de M. E. **Raguin**, présentée par M. Pierre Termier.

Maurice Lugeon et Émile Argand ont tracé en 1905 un tableau aujourd'hui classique des nappes alpines de la Zone du Piémont [2]. Ce tableau a été précisé dans le Mémoire fondamental relatif au massif de la Dent Blanche [3] et dans une série de publications de É. Argand. Schématiquement on a de bas en haut et au-dessus des nappes du Simplon : la nappe du Grand-Saint-Bernard (IV), celle du Mont-Rose (V), de la Dent Blanche (VI).

É. Argand a nommé *faisceau vermiculaire* une digitation très interne de la nappe IV, visible auprès de Zermatt [4], formée d'écailles de quartzites et calcaires du Trias discontinues et complexes (répétition des divers termes triasiques), au sein des Schistes lustrés qui enveloppent en contact normal les noyaux prétriasiques des nappes IV et V. Le caractère remarquable de cette digitation est l'étirement du Trias qui se suit sur des kilomètres avec faible épaisseur, et son enroulement en plis compliqués lors des phases tardives de la Tectonique, donnant l'aspect *vermiculaire* en coupe. A cause de l'encapuchonnement de la nappe V sous la nappe IV, le faisceau vermiculaire va recouvrir en un vaste pli en retour cette nappe V, puis revient et passe dans la zone de Schistes lustrés situés entre IV et VI auprès de Zermatt. É. Argand a envisagé une certaine généralité de cette structure dans l'arc des Alpes Occidentales [5]. Examinons si les bandes triasiques noyées dans les Schistes lustrés en Haute-Maurienne sont de ce genre. Les plus importantes sont celles de Lanslebourg et de l'Iseran.

Le *Trias de Lanslebourg* forme une bande de 6^{km}. S'il a une terminaison isoclinale très laminée à l'Est, sa disposition vers le centre est nettement anticlinale, avec deux charnières parallèles très arrondies, l'une dans les

---

(1) Séance du 12 novembre 1929.

(2) *Comptes rendus*, 140, 1905, p. 1364.

(3) É. **Argand**, *L'exploration géologique des Alpes Pennines Centrales* (*Bull. des Laboratoires de l'Université de Lausanne*, 14, 1909, p. 1).

(4) Je l'ai vue au cours de la belle excursion conduite par MM. Argand et E. Wegmann en juillet dernier, avec la collaboration de M. W. Staub, dans les nappes pennines du Valais.

(5) *Sur l'arc des Alpes Occidentales* (*Eclogæ geologicæ Helvetiæ*, 14, 1916, p. 145).

quartzites formant noyau du pli sous les calcaires triasiques, l'autre affectant latéralement au Nord ces mêmes calcaires. Cette structure anticlinale, notée déjà par Marcel Bertrand, crée une fenêtre montrant la couverture de la nappe IV sous les Schistes lustrés. La bande triasique n'est pas l'affleurement d'une digitation laminée à grande propagation horizontale issue de cette nappe, puisque les charnières se bouclent normalement.

La digitation de l'Iseran consiste en une lame de Trias calcaire intercalée dans les Schistes lustrés peu inclinés de l'arête des Leissières, et émanée selon toute vraisemblance de la longue bande rectiligne de Trias du col Pers où les couches sont très redressées. Cette bande, bien continue sur plus de 7^{km}, disparaît au Nord-Est dans le relèvement axial faisant sortir les terrains de la nappe IV sous les Schistes lustrés aux sources de l'Isère, et au Sud-Ouest elle se termine en se subdivisant en une série de lames de Trias, gneiss, prasinites, éparpillées dans les Schistes lustrés autour du glacier du Véfret. Si la digitation de l'Iseran était un anticlinal couché de la nappe IV, on devrait avoir, dans le synclinal laminé subordonné, des terrains mésozoïques de la couverture de cette nappe. Or la digitation est noyée dans des Schistes lustrés avec Roches vertes, continus avec ceux qui enveloppent les nappes supérieures, identiques à eux. Ils contrastent brutalement avec la couverture sous-jacente de la nappe IV à Val-d'Isère, qui est peu métamorphique dans cette région et dont le faciès n'est schisteux qu'à certains niveaux. Cette digitation a donc une origine plus interne que le faisceau de plis-en-retour Valsavaranche-sources de l'Isère-Lanslebourg, anticlinaux de la nappe IV dont les plus méridionaux percent sous les Schistes lustrés. Elle demeure d'ailleurs bien distincte de ces plis tout le long de son tracé et est noyée dans les Schistes lustrés superposés. Audessus de ces anticlinaux leur fait suite, presque immédiatement au Sud-Est, le profond synclinal laminé séparant les nappes IV et V. C'est donc au delà de ce synclinal, à la surface frontale de la nappe V ou plus loin vers l'intérieur de l'arc alpin, que se place l'origine de la digitation de l'Iseran. Elle contient d'ailleurs, avec des cargneules et quelques lambeaux de gneiss et prasinites, les mêmes marbres zonés, blancs, gris, roses, que la couverture de la nappe V près de Bonneval et de Zermatt, marbres peu usuels dans la nappe IV. *La digitation de l'Iseran est mécaniquement analogue au faisceau vermiculaire de Zermatt, mais avec une moindre extension et à un niveau tectonique supérieur.* De telles structures tiennent à la plasticité des séries schisteuses pincées entre les noyaux prétriasiques massifs des nappes. Relativement délicates, d'une échelle plus accessible, elles rendent plus saisissant le tableau du mouvement des grands ensembles.

OCÉANOGRAPHIE. — *Sources minérales sous-marines.*
Note de M. **J. Thoulet.**

La Géologie fait connaître les alternatives continuelles qui depuis l'origine des temps ont remplacé sur les mêmes régions du globe les roches exondées par des océans et les océans par des roches exondées. Il en résulte qu'on est autorisé à admettre que le fond des océans actuels est occupé par des roches identiques à celles actuellement soumises à l'observation directe.

On sait d'autre part que, sur les continents, apparaissent de nombreuses sources d'eau douce ou minérale plus ou moins rattachées à l'activité volcanique du globe, froides ou chaudes, ayant emprunté leur minéralisation plus ou moins considérable aux roches souterraines.

Il est donc permis de penser qu'il en est de même au fond des océans actuels et que, de leur sol côtier ou abyssal, au sein de l'eau ambiante, jaillit une multitude de sources, froides ou chaudes, plus ou moins minéralisées.

Cette hypothèse est justifiée par l'observation directe pour les régions côtières et, pour les régions abyssales, par l'examen des courbes densimétriques en σ_0, c'est-à-dire par la salure, après réduction à la même température de 0° des échantillons superposés d'un même diagramme. Il suffit d'examiner la zone basse du diagramme entre la thermocline (*Sprungschict*) et le sol.

Cette courbe horizontale indique que l'eau, dans toute son épaisseur, possède la même salure et par conséquent qu'aucune source ne jaillit du fond.

Si la courbe σ_0 sensiblement rectiligne se relève sur toute sa longueur mais surtout à sa portion la plus basse, elle indique le surgissement d'une source abyssale sursalée qui dans certains cas peut atteindre la violence d'une éruption volcanique.

Enfin si la courbe s'abaisse, elle signalerait au contraire la présence d'une source sous-salée ou même d'eau absolument douce. Le cas peut se présenter par faible profondeur alors que l'eau jaillissante n'a pas eu le temps de se mélanger à l'eau de mer salée ambiante. On connaît de nombreuses localités où les navires pourraient se ravitailler en eau douce potable en pleine mer, généralement à faible distance des côtes, à Cannes, Menton, La Ciotat, à la source de Port Miou près de Cassis, à la Spezzia en Méditerranée. On cite

encore la base de Xagua au sud-est de Cuba, dans la mer des Indes, à 45 lieues de Chittagong et à 36 lieues du point de la côte le plus voisin, le golfe Persique, la mer Rouge, dont les côtes n'ont pas une seule embouchure d'eau douce.

Ces faits permettent de penser que la salure de la mer, pendant la suite des temps, doit aller en augmentant, quoique avec une lenteur extrême, étant donnée l'abondance de la volcanicité sous-marine abyssale.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur quelques algues iodifères nouvelles.* Note de M. **Pierre Dangeard**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

L'iode est très répandu chez les végétaux marins, mais il n'existe en proportions importantes que chez un petit nombre d'espèces d'algues dont les plus connues sont les Laminaires (espèces du genre *Laminaria* et des genres exotiques *Nereocystis*, *Macrocystis*, *Postelsia*, *Pelagophycus*) et les Fucacées (*Fucus*, *Ascophyllum*, *Sargassum*).

On admet depuis les analyses de Gautier, Turrentine, Stanford, Scurti, mais principalement depuis les travaux de Cameron ([1]) que les Laminaires et une ou deux Fucacées sont les seules algues dont la teneur en iode dépasse 0,1 pour 100 du poids sec. Parmi les algues rouges, seules quelques Rhodyméniacées et Delesseriacées auraient des quantités similaires de composés iodés et aucune algue verte n'aurait un contenu appréciable en iode.

D'autre part les recherches microchimiques de Molisch ([2]) à Helgoland ont montré que l'iode pouvait être reconnu très facilement en dehors des *Fucus*, *Ascophyllum* et *Laminaria*, chez les *Cladostephus verticillatus* et *spongiosus*, le *Desmarestia aculeata*, l'*Halidrys siliquosa*. Des fragments ou des coupes de ces algues traités par l'acide chlorhydrique additionné de nitrite de soude coloraient plus ou moins fortement l'empois d'amidon. Parmi les Floridées expérimentées, seul le *Plumaria elegans* a donné un résultat positif ([3]).

A l'occasion de plusieurs séjours soit à Roscoff soit à Quiberon, nous avons pu étendre à plus de 120 espèces d'algues marines des essais micro-

---

([1]) A. T. Cameron, *Contributions to the biochemistry of iodine* (*Journal of Biolog. Chemistry*, **18**, 1914, p. 344, et **23**, 1915, p. 7).

([2]) Hans Molisch, *Microchemie der Pflanze*, Iéna, 1921, p. 86.

([3]) Il y a lieu de compter également parmi les algues riches en iode les Floridées à ioduques dont il n'existe pas d'analyses à proprement parler.

chimiques qualitatifs ayant pour but de mettre l'iode en évidence. Des fragments d'algues fraîches étaient traités par l'acide nitré au contact d'un papier amidonné. Dans le cas d'algues épaisses, des coupes étaient pratiquées pour mettre les tissus profonds en contact avec le réactif.

Nous avons laissé de côté les algues très connues pour leur richesse en iode et nous avons vérifié tout d'abord les données de Molisch sur le pourcentage d'iode important des *Cladostephus spongiosus*, *Desmarestia aculeata*, *Halidrys siliquosa*, *Plumaria elegans*. C'est le *Desmarestia aculeata* qui donne la plus forte réaction et celle-ci est comparable à celle qu'on obtient avec un fragment de Laminaire. Parmi les algues brunes non étudiées jusqu'ici, nous avons d'autre part obtenu un résultat positif chez les *Bifurcaria tuberculata* Stackh, *Cystoseira fibrosa* (Huds.) Ag., *C. ericoides* (L.) Ag., *C. granulata* (L.) Ag., *Saccorhiza bulbosa* de la Pyl., *Pelvetia canaliculata* Dene et Thuret; *Desmarestia Dudresnayi* Lamour.; enfin une forte réaction est fournie par l'*Ectocarpus virescens* Thuret et le fait est d'autant plus remarquable que plusieurs autres espèces du même genre examinées (*E. siliculosus* Lyngb, *E. fasciculatus* Harv., *E. Hincksiae* Harv.) et le *Pilayella littoralis* L. Kjell. ne réagissent nullement.

Parmi les Rhodophycées, les espèces suivantes donnent dans certains cas, mais non toujours, une réaction iodée : *Gracilaria multipartita* (Clem.) Harv., *G. confervoides* (L.) Grev., *Chondrus crispus* Stackh., *Gigartina acicularis* (Wulf.) Lamour., *G. mamillosa* (Good. et Wood.) J. Ag., *Phyllophora rubens* Grev. La réaction dans tous les cas est faible, mais avec l'*Halurus equisetifolius* (Lightf.) Kütz., nous avons obtenu une réaction assez forte. Il faut naturellement ajouter à cette liste le *Plumaria elegans* cité plus haut et les Floridées à ioduques. Il est bon de noter qu'aucune espèce de *Nitophyllum* pas plus que de *Delesseria* ne réagit.

Chez les Chlorophycées, nous avons rencontré deux espèces assurément très riches en iode, les *Bryopsis plumosa* Ag. et *B. hypnoides* Lamour. Ces Siphonées donnent une réaction du même ordre que celle des Laminaires, du *Desmarestia aculeata* et de l'*Ectocarpus virescens*. Chez les Cyanophycées étudiées (*Lyngbia majuscula* Harv., *Rivularia bullata* Berk., *R. atra* Roth.) aucune réaction iodée n'a été obtenue.

Cette enquête sur le contenu iodé des principales algues de nos côtes souligne à nouveau les grandes variations rencontrées d'espèce à espèce; le fait est particulièrement frappant pour les *Ectocarpus*. Nous montrons d'autre part que certaines algues, à coup sûr très riches en iode combiné, telles que les *Desmarestia aculeata*, les *Ectocarpus virescens*, les *Bryopsis* et le

Plumaria elegans, ne sont ni des algues à volatilisation, ni des algues à ioduques. Il est prouvé que certaines espèces sont très riches en iode et en renferment une proportion comparable sinon supérieure à celle des Laminaires, mais ne volatilisent pas cet iode au dehors. L'iodovolatilisation dont nous avons reconnu l'existence chez un grand nombre d'algues et qui possède chez les Laminaires une activité très grande [1], n'est donc pas liée nécessairement à la haute teneur en iode des algues. L'iodovolatilisation, modérée il est vrai, est compatible au contraire avec les teneurs en iode relativement faibles des *Fucus*, *Pelvetia*, *Gracilaria*, *Chondrus*, *Phyllophora*.

Chez les Floridées, les algues riches en iode sont soit des algues à volatilisation (Gracilariées, Gigartinées, Rhodophyllidacées), soit des algues à ioduques (Bonnemaisoniées), soit des algues qui ne peuvent pas être rangées dans l'une ou l'autre de ces catégories (*Plumaria elegans*, *Halurus equisetifolius*). Le cas des *Bryopsis* est d'autre part le premier exemple signalé d'une forte teneur en iode chez une Chlorophycée.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Les théostérols du cacao.* Note de MM. **H. Labbé**, **Heim de Balsac** et **R. Lerat**, présentée par M. A. Desgrez.

Ayant été amenés à rechercher les proportions et la nature des principes insaponifiables contenus dans la fève de cacao, nos études ont porté, d'abord sur la proportion de ces principes dans les matières grasses extraites par pression à chaud, qui constituent le beurre de cacao industriel. Pour l'extraction des stérols, on a procédé par saponification en milieu alcoolique, en présence d'un excès de soude, en chauffant à reflux jusqu'à saponification totale; on a fait passer dans le ballon un courant de CO^2 pur et sec, à la fin de l'opération, pour saturer l'excès d'alcali et maintenir une atmosphère inerte, les corps à isoler étant éminemment oxydables.

La masse mélangée avec du sable est séchée, granulée, épuisée à l'éther. La solution éthérée, séchée, puis distillée, abandonne une masse pâteuse de couleur jaune constituant les stérols bruts.

La séparation de ceux-ci s'obtient en traitant directement la masse par l'éther de pétrole.

En présence de ce solvant il se forme un précipité cristallin abondant que l'on essorre avec précaution : c'est l'α-stérol presque pur.

(1) Pierre Dangeard, *L'iodovolatilisation chez les algues marines et les problèmes de l'iode* (*Le Botaniste*, 21, 1929, p. 129-266).

La portion soluble dans l'éther de pétrole, évaporée, est soumise à une nouvelle saponification par la potasse alcoolique : on chasse l'alcool dans un courant de CO^2, on reprend par l'eau, on épuise à l'éther. Le résidu de la distillation est purifié par cristallisation dans l'alcool ou un mélange acétone-alcool.

Cette nouvelle masse cristalline donne un stérol ayant un point de fusion différent du premier et que l'on désigne sous le nom de β-stérol.

Il reste un produit huileux incristallisable présentant aussi la réaction des stérols.

Nos recherches par la méthode ci-dessus exposée ont porté sur six beurres d'origine différente; les résultats globaux obtenus sont les suivants :

	Stérols pour 100g de beurre.
Beurre d'Accra	0,34
» Lomé	0,26
» Cameroun	0,40
» Bahia	0,40
» Caraque	0,70
» Trinidad	0,345

Devant ces résultats nous avons cherché à établir les proportions respectives des stérols dans les éléments botaniques du fruit : fève, germe, coque.

I. *Fèves*. — Nos recherches ont porté sur les fèves de cacao non *torréfiées* correspondant aux espèces précédentes. Les beurres extraits par nous à l'éther ont été soumis au traitement ci-dessus exposé :

	Stérols rapportés à 100g de fève.
Fève de cacao Accra	0,20
» Lomé	0,20
» Cameroun	0,21
» Bahia	0,20
» Caraque	0,35
» Trinidad	0,195

II. *Germes*. — Les *germes* industriels renferment des proportions considérables de débris de coques et de fèves; il est impossible de séparer pratiquement du germe lui-même ces impuretés. Le pourcentage en beurre de germe n'est donc qu'approximativement établi. Un échantillon de germe industriel nous a donné 10,89 pour 100 de beurre renfermant 0,6 pour 100 de stérol.

En triant ces germes industriels à la loupe et soumettant un petit lot de germes à l'analyse nous avons reconnu qu'ils étaient pauvres en substance

grasse (3,05 pour 100). Il ne nous a pas été possible de doser les stérols.

Dans ces conditions nous croyons pouvoir affirmer que la proportion existante est très faible.

III. *Coques.* — La teneur des coques de cacao en beurre oscille entre 30 et 35 pour 100. Le beurre obtenu est coloré, grenu, de consistance molle. Son point de fusion est difficile à déterminer à cause de son peu d'homogénéité et de sa richesse en insaponifiable :

	Stérols pour 100g de beurre.	Stérols pour 1kg de coques.
Coques de cacao Accra	8,6	3,01
» Lomé	8,36	2,35
» Cameroun	7,77	2,71
» Bahia	9,10	3,18
» Caraque	8,38	2,93
» Trinidad	9,3	3,32

Cette richesse est tout à fait remarquable; d'ailleurs les beurres de coque obtenus par épuisement à l'éther donnent directement en solution chloroformique la réaction de Liebermann, ce qui nous a engagés à mettre en évidence par voie microchimique l'existence de stérols non éthérifiés dans les coques de cacao.

Nous avons retrouvé les deux variétés de stérols dans les mêmes proportions dans toutes nos recherches, aussi bien dans le beurre de fève que dans celui de coque.

ÉCONOMIE RURALE. — *De la préparation de laits artificiels pour l'élevage du bétail.* Note de M. **Émile F. Terroine**, présentée par M. Roux.

La question depuis bien longtemps posée de la substitution, totale ou partielle, d'un lait artificiel au lait naturel pour l'élevage du bétail nous préoccupe depuis quelques années. Des circonstances indépendantes de notre volonté nous ont fait interrompre les recherches alors que des résultats intéressants, bien qu'imparfaits, aient été déjà obtenus. Une récente publication de Mme L. Randoin et M. R. Lecoq sur les laits artificiels (1) nous amène à indiquer dès maintenant ces résultats.

Pour atteindre le but visé, essentiellement pratique, nous avons admis,

(1) *C. R. Soc. Biol.*, **102**, 1929, p. 371.

comme point de départ, que le produit cherché devait satisfaire aux desiderata suivants :

Permettre la préparation d'un liquide d'une fluidité sensiblement égale à celle du lait et pouvant par conséquent être ingéré comme lui ; à égalité de volume avec le lait, posséder une même valeur énergétique et renfermer en quantité et en qualité les protides et les matières minérales nécessaires pour assurer une croissance normale ; ne provoquer aucun trouble digestif par ingestions prolongées ; enfin, dans le cas des animaux destinés à la boucherie, donner une viande très blanche et une graisse blanche et consistante. Pour la solution du problème qui nous occupe, la présence de vitamines nous a paru d'intérêt secondaire parce qu'il s'agit au lieu de sujets qu'on destine à la boucherie à bref délai, d'animaux qu'on dirige peu à peu vers l'alimentation mixte de l'adulte et aussi parce qu'il est facile de remédier à l'absence de vitamines par l'administration, de temps à autre, d'une petite quantité de lait naturel.

Après de multiples essais nous avons partiellement réussi à satisfaire aux *desiderata* exprimés de la manière suivante :

1° *Apport énergétique.* — Il est assuré par de l'amidon offert sous forme de farine fine de manioc pour la plus grande part et de farine de légumineuse pour une proportion minime. Tout corps gras est écarté : nos études antérieures nous ayant en effet montré [1] la supériorité du lait écrémé additionné de farine de manioc sur le lait naturel.

2° *Apport azoté.* — Une farine de légumineuse (pois : 4,04 pour 100 N; soja : 7,38 pour 100 N) très riche en protides suffisants pour la croissance assure l'apport azoté nécéssaire.

3° *Apport minéral.* — Comme on le verra plus loin, chaque litre de lait artificiel renferme 200^g environ des farines ci-dessus. Elles apportent avec elles 6^g,30 de cendres totales dont 0,76 P et 0,93 Ca; on ajoute alors par litre 2^g citrate de calcium, 1^g,10 chlorure de sodium, 0^g,25 bicarbonate de soude.

4° *Fluidité et digestibilité.* — Pour remplacer les 750 à 800^{cal} que représente un litre de lait de vache, il faut environ 200^g de farines. Ces farines doivent être cuites, mais on obtient alors une bouillie solide, non un lait. Pour obvier à cette difficulté nous avons ajouté aux farines une certaine quantité d'extrait de malt riche en amylase. Si l'on fait alors cuire lentement jusqu'à ébullition on détermine une excellente liquéfaction sans sacchari-

---

[1] *Arch. int. Physiol.*, 28, 1927, p. 101-124.

fication appréciable. On obtient ainsi un liquide aussi facile à ingérer que le lait et dont la digestibilité est préparée par l'action de l'amylase.

5° *Qualité de la viande et de la graisse.* — L'absence de tout pigment dans l'alimentation a pour conséquence une viande parfaitement blanche. Quant à la graisse, formée uniquement par synthèse aux dépens des glucides, elle est comme toujours dans ce cas très consistante.

La formule conçue sur les bases ci-dessus et expérimentée jusqu'alors est la suivante :

Eau 1^{l}; farine de manioc 112^{g}; farine de légumineuses 75^{g} (pois apportant 14^{g} de protides ou soja 19^{g}); extrait de malt 13^{g}; citrate de calcium 2^{g}; NaCl $1^{g},10$; bicarbonate de soude $0^{g},25$.

Dans un prochain Mémoire, nous décrirons les observations faites au cours de multiples essais. Nous nous contenterons de rapporter ici quelques résultats typiques sur le porcelet et le veau.

Cas du porcelet. — L'étude porte sur six animaux de même portée et s'étend du 24 janvier au 10 février 1925. Pendant tout ce temps les deux premiers reçoivent 4^{l} de lait de vache par jour et passent respectivement de $7^{kg},500$ à $9^{kg},200$ et de $7^{kg},200$ à $8^{kg},500$. Les quatre autres reçoivent 3^{l} de lait de vache et 1^{l} de lait artificiel pendant 6 jours; puis 2^{l} et 2^{l} pendant 4 jours; 1^{l} et 3^{l} pendant 4 jours, et enfin 4^{l} de lait artificiel seul jusqu'à la fin. Les deux d'entre eux qui reçoivent le lait artificiel du type pois passent de $7^{kg},0$ à $9^{kg},5$ et 7^{kg} à $8^{kg},8$. Les deux autres nourris au lait du type soja passent de $6^{kg},5$ à $8^{kg},5$ et 6^{kg} à $8^{kg},5$. L'augmentation de poids a donc été plus élevée lors de l'emploi du lait artificiel.

Une fois l'animal habitué à cette alimentation, elle peut être continuée sans aucun trouble et permet une croissance rapide sans incident.

Cas du veau. — Il nous est impossible de donner ici le détail d'une expérience. Disons seulement que, sur un veau de 39^{kg} mis en expérience le 13 novembre 1925, on a pu faire une substitution progressive de lait artificiel, type soja, au lait naturel, le premier atteignant les $\frac{3}{4}$ de la valeur totale ($9^{l},5$ lait artificiel, $2^{l},5$ lait naturel) le 12 décembre et que le poids s'est élevé pendant ce temps à 72^{kg}. Mais une légère diarrhée est apparue au début de la dernière semaine et son intensité croissante nous a obligé à suspendre l'expérience.

Au total, grâce à un mélange de farine fine de manioc, de farine de légumineuses (pois ou soja), d'extrait de malt riche en amylase et de quelques sels, il est possible de préparer un lait artificiel qui peut être rapidement et totalement substitué au lait naturel dans l'élevage du porc, mais qui ne peut l'être que partiellement — 50 pour 100 environ dans l'élevage du veau,

PHYSIOLOGIE. — *L'eau émise par vaporisation et ses rapports avec les échanges respiratoires chez les Homéothermes. Le rapport* $\frac{H^2O}{O^2}$. Note de MM. **André Mayer** et **Georges Nichita**, présentée par M. d'Arsonval.

Dans le bilan général de l'eau chez les Homéothermes, une partie de l'eau est éliminée par les urines; une partie sort, évaporée, à la surface de la peau et des poumons. Nous avons fait une étude de la quantité d'eau ainsi évaporée par un mammifère, le lapin, ainsi que des rapports de cette émission d'eau avec les échanges généraux de l'organisme.

Pour une pareille étude, il y a nécessité de se placer dans des conditions très bien définies de température et d'état hygrométrique de l'air ambiant. Nous avons réalisé celles pour lesquelles l'évaporation d'eau est, à chaque instant, maxima, en faisant vivre nos animaux dans un air tout à fait sec. L'ensemble de nos résultats expérimentaux paraîtra dans un autre recueil. Il mène aux conclusions suivantes :

I. Quand la température extérieure est invariable, la quantité d'eau évaporée par l'animal n'est pas du tout quelconque. Bien au contraire, *elle a une valeur constante et caractéristique* pour un même individu. Des individus de poids comparable placés dans les mêmes conditions, à la même époque, évaporent des poids d'eau tout à fait comparables. C'est ce que nous avons constaté dans 117 expériences faites sur 43 lapins (23 mâles et 20 femelles) placés au repos, à 18°.

Dans ces conditions la quantité d'eau évaporée ne varie pas plus — elle varie même moins — que l'oxygène consommé ou l'acide carbonique produit (par kilogramme-heure : consommation d'oxygène, $0^g,950$; CO^2 produit, $1^g,15$; eau évaporée, $0^g,965$ par des lapins de $3^{kg},850$ environ). Il résulte de là que le rapport $\frac{H^2O \text{ évaporée}}{O^2 \text{ consommée}}$ est lui-même peu variable et caractéristique. Il est de 1,02 à 18°.

D'après les quelques données qu'on peut trouver dans la bibliographie, on constate que l'émission d'eau évaporée par les mammifères examinés à la même température et calculée par kilogramme d'animal est d'autant plus grande que l'animal est plus petit (loi des tailles). Généralisant cette constatation, on peut montrer que, la quantité d'eau évaporée étant une valeur aussi fine que la consommation d'oxygène, toutes les lois biométriques dégagées pour celles-ci valent pour celle-là (loi des surfaces, etc.).

A la température de 18-20°, et au repos, chez les différents mammifères (y compris l'homme) le rapport $\frac{H^2O}{O^2}$ est voisin de l'unité.

II. Le rapport $\frac{H^2O}{O^2}$ peut servir de témoin des variations de l'émission d'eau dans les différents états physiologiques et pathologiques.

En utilisant cette donnée on constate que, lorsque la température extérieure demeure invariable, toutes les fois que les échanges respiratoires augmentent (travail musculaire, action des hyperthermisants, des excitants généraux) l'émission d'eau augmente, et plus que les échanges. Inversement quand, la température extérieure demeurant invariable, les échanges diminuent (engourdissement par le froid, anesthésie etc.) l'évaporation diminue, et plus que les échanges.

III. Il y a une limite supérieure à l'émission d'eau par évaporation (3^g chez le lapin); il y a de même une limite inférieure (0^g,30). Si l'on exprime les résultats expérimentaux obtenus en termes de production de chaleur par l'animal et déperdition de chaleur sous forme de chaleur latente ou de chaleur sensible l'existence de cette marge d'évaporation permet de calculer à partir de quelle surproduction de chaleur, ou à partir de quel déficit de production de chaleur, le lapin ne peut plus maintenir sa température interne constante. On trouve ainsi qu'à 18° c'est quand la production augmente de 35 pour 100 ou diminue de 6 pour 100, et l'expérience vérifie ce calcul. Il y aura grand intérêt à reprendre des mesures de ce genre sur les différents Homéothermes.

IV. Quand la température extérieure s'abaisse, entre + 37° et — 10°, l'animal maintenant fixe sa température interne, l'émission d'eau baisse d'une façon continue et régulière; le rapport $\frac{H^2O}{O^2}$ baisse aussi d'une façon continue et régulière. L'évaporation d'eau par les surfaees du lapin en contact avec l'air suit une loi analogue à celle de l'évaporation d'une surface humide quelconque.

Tous ces faits permettent d'analyser ce qu'on appelle le mécanisme de régulation physique de la température du corps. L'évaporation — fait purement physique — dépend de trois conditions que l'organisme peut faire varier physiologiquement : la sécrétion d'eau; la température des surfaces, le pouvoir excessif de ces surfaces.

PHYSIOLOGIE — *Sur une méthode d'inscription graphique de la pression du liquide céphalo-rachidien.* Note de MM. **Loeper**, **André Lemaire** et **Jean Patel**, présentée par M. Ch. Achard.

Dans de nombreux travaux d'ordre clinique ou expérimental qui ont trait aux variations spontanées ou provoquées, normales ou pathologiques de la tension rachidienne, on ne trouve nulle trace d'un procédé d'inscription graphique.

Les résultats consignés dans les publications les plus récentes [1] ont été enregistrés par lecture directe du manomètre de Claude. Claude, Tinel et Lamache [2] semblent avoir été les seuls à utiliser, dès 1927, une technique qui leur a permis d'inscrire la pression rachidienne : ils n'ont, à notre connaissance, publié jusqu'à ce jour aucun tracé.

Le procédé que nous avons adopté est d'une très grande simplicité : il met uniquement en jeu un tambour de Marey, dont la membrane élastique a été renforcée et le style allongé.

Sur le chien endormi et couché horizontalement on pratique une ponction occipito-atloïdienne; on mesure la tension rachidienne au manomètre de Claude : le tambour de Marey et son tuyau adducteur sont alors complètement remplis d'eau salée à 7 pour 1000, sous une pression égale à la pression rachidienne de l'animal.

On adapte l'extrémité libre du tuyau au pavillon de l'aiguille restée en place; l'inscription est dès lors possible, mais il faut évidemment qu'aiguille et tambour de Marey soient sur un même niveau horizontal; connaissant la pression rachidienne initiale et la courbe d'étalonnage de l'appareil, il est facile d'apprécier en valeur absolue les dénivellations du tracé.

Comme on le voit, ce procédé est identique, dans son principe, à celui de la prise de la pression carotidienne. Il n'entraîne qu'une minime déperdition de liquide céphalo-rachidien : sa sensibilité est très grande, puisqu'on enregistre des variations de pression dues à la respiration et même au passage de l'ondée sanguine.

Nos premiers résultats confirment l'influence, d'ailleurs bien connue, de la compression des jugulaires et des injections intraveineuses de solutions hypo ou hypertoniques.

(1) Lamache, *Thèse de Paris*, 1926. — R. Sorrel, *Thèse de Toulouse*, 1928. — Riser, *Le liquide céphalo-rachidien* (Paris, Masson, 1929).

(2) Claude, Tinel et Lamache, *C. R. Soc. Biol.*, 97, 1927, p. 327.

L'injection intraveineuse ($\frac{5}{100}$ de milligr.) d'adrénaline provoque, en même temps qu'une hypertension artérielle, une hypertension rachidienne, simultanée et d'égale durée, atteignant de 4 à 5^{cm} d'eau.

Le tartrate d'ergotamine s'est révélé également hypertenseur, mais à un degré infiniment moindre.

L'action de l'acétylcholine mérite surtout d'être signalée : elle provoque d'abord une chute légère et très temporaire de la pression rachidienne, de même sens, mais bien moins accentuée que la chute de la pression sanguine. Très rapidement survient alors une hypertension rachidienne importante (7 à 8^{cm} d'eau) et durable, alors que la tension sanguine n'est pas encore remontée à son niveau antérieur.

On retrouve donc sur le tracé rachidien le double effet qu'a signalé Justin Besançon en étudiant l'action de cette drogue sur la pression sanguine : effet cardiaque très court, effet vasculaire considérable et prolongé.

PHARMACODYNAMIE. — *Cocaïne gauche et pseudococaïne droite : toxicité comparée et destruction différente par l'organisme animal.* Note [1] de MM. **Fernand Mercier** et **Jean Régnier**, présentée par M. A. Desgrez.

La recherche de la toxicité du chlorhydrate de pseudococaïne droite et sa comparaison avec celle de son isomère optique et stéréochimique, le chlorhydrate de cocaïne gauche (cocaïne ordinaire), présentent un intérêt tout particulier, puisque nous savons à quel point l'usage de ce dernier corps peut être dangereux. Dans cette Note, nous nous proposons de comparer la résistance d'un organisme animal à des intoxications produites par les deux corps envisagés, soit brusquement par des doses très fortes, soit par des doses plus faibles, mais renouvelées à intervalles réguliers. Nos expériences ont été faites par voie intraveineuse sur le chien préalablement endormi au chloralose (0^{g},12 par kilogramme [2]).

Nous avons déterminé d'abord la dose léthale (c'est-à-dire la dose minima produisant la mort) en une seule injection, puis la dose léthale en espaçant des injections de teneur plus faible de minute en minute, enfin la dose léthale en espaçant ces injections de cinq en cinq minutes.

---

(1) Séance du 12 novembre 1929.

(2) Nous avons utilisé dans nos expériences du chlorhydrate de pseudococaïne droite (Boques) et du chlorhydrate de cocaïne gauche (Codex).

La mort, dans les deux cas, survient par arrêt respiratoire, mais alors qu'elle est précédée de convulsions violentes dans le cas de la pseudococaïne droite, il est à signaler que sur les animaux chloralosés, la cocaïne gauche ne produit pas de convulsions.

Nous avons trouvé les résultats suivants :

1° La dose léthale, *en une seule injection*, est, en moyenne, aussi bien pour l'un que pour l'autre corps, de $0^g,025$ par kilogramme. Le chiffre est un peu différent de celui trouvé par l'un de nous ($0^g,012$ à $0^g,015$) dans les essais de toxicité de la cocaïne gauche sur chiens non endormis [1];

2° La dose léthale, par injections *répétées toutes les minutes* de $0^g,005$ par kilogramme, est, en moyenne, de $0^g,032$ pour le chlorhydrate de pseudococaïne droite, et de $0^g,025$ pour le chlorhydrate de cocaïne gauche;

3° Par injections répétées à intervalles plus grands : *toutes les cinq minutes*, nous avons obtenu les résultats suivants :

a. Pour le chlorhydrate de pseudococaïne droite, à la dose de $0^g,005$ par kilogramme, par injection, nous n'avons pas réussi à tuer l'animal en *deux heures* (temps choisi comme durée limite de survie), soit en 25 injections. Il nous a fallu atteindre la dose de $0^g,007$ par kilogramme, à chaque injection, pour tuer l'animal en moins de deux heures, après la 18e injection, soit avec une dose totale de $0^g,126$ par kilogramme.

b. Pour le chlorhydrate de cocaïne gauche, la dose de $0^g,0025$ par kilogramme, répétée toutes les cinq minutes, suffit à tuer le chien, en moins de 2 heures, après la vingt-quatrième injection, soit avec une dose totale de $0^g,055$ par kilogramme.

Il en résulte que les deux corps essayés ont, en injection unique, la même toxicité ($0^g,025$ par kilogramme). Mais si on les injecte à intervalles de cinq minutes, il faut, pour obtenir la mort en moins de 2 heures, atteindre une dose sensiblement 2 fois plus grande que la dose précédente, pour la cocaïne gauche $\left(\frac{0^g,055}{0^g,025}\right)$, et pour la pseudococaïne droite, une dose sensiblement 5 fois plus grande $\left(\frac{0^g,126}{0^g,025}\right)$.

Le chlorhydrate de cocaïne gauche est donc détruit de façon nette par l'organisme animal, mais son isomère, le chlorhydrate de pseudococaïne droite, est détruit, dans les mêmes conditions expérimentales, de façon nettement plus rapide (2,5 *fois plus vite*).

---

[1] A. Richaud et Fernand Mercier, *C. R. Soc. Biologie*, 89, 1923, p. 74.

Cette destruction plus facile pour la pseudococaïne droite se manifeste également dans la deuxième série d'expériences (injection toutes les minutes d'une dose de $0^g,005$ par kilogramme. Elle se manifeste aussi dans l'apparition des convulsions produites par cette drogue : lorsqu'on injecte le chlorhydrate de pseudococaïne droite à la dose unique de $0^g,008$ par kilogramme, les convulsions surviennent quelques secondes après l'injection; à la dose de $0^g,005$ répétée toutes les minutes, elles se produisent seulement après la troisième injection (soit après une dose totale de $0^g,015$ par kilogramme); enfin, à la dose de $0^g,005$ par kilogramme, toutes les cinq minutes, elles n'apparaissent qu'après la cinquième injection (soit après $0^g,025$ par kilogramme).

Les résultats que nous avons trouvés viennent à l'appui des constatations faites par Gottlieb ([1]) sur des animaux plus éloignés que le chien de la constitution humaine.

La constatation d'une destruction plus rapide pour le chlorhydrate de pseudococaïne droite que pour le chlorhydrate de cocaïne gauche, destruction conditionnant une moindre toxicité, fait prévoir que le premier de ces corps aura, sur son isomère, des avantages importants pour l'utilisation pratique.

PHARMACODYNAMIE. — *Recherches sur l'antagonisme de la base tropine (tropanol) et de la pilocarpine sur le cœur.* Note de M. **René Hazard**, présentée par M. A. Desgrez.

L'inexcitabilité temporaire du pneumogastrique par les courants induits que produit le tropanol ([2]) peut-elle s'expliquer par une action inhibitrice portée par cet alcaloïde sur les terminaisons intracardiaques du vague ? Y a-t-il, au moins chez le chien ([3]), antagonisme du tropanol vis-à-vis de la pilocarpine ?

On fait à un chien, anesthésié au chloralose et à vagues sectionnés, l'injection, par la voie intraveineuse, de doses de pilocarpine suffisantes pour produire une forte excitation du vague cardiaque. Au moment où celle-ci est la plus nette, on injecte une dose forte de tropanol : si la dose est suffi-

---

([1]) R. Gottlieb, *Arch. f. exp. Path. u. Pharm.*, 97, 1923, p. 113.

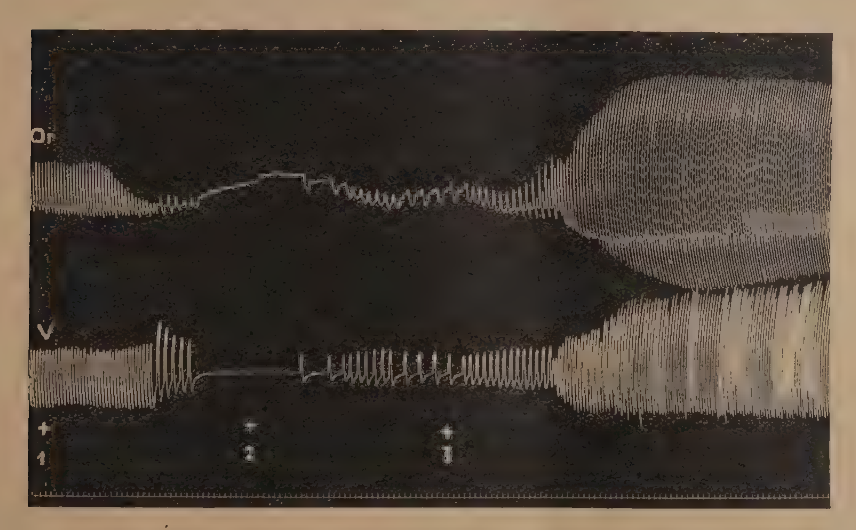
([2]) René Hazard, *C. R. Soc. de Biologie*, 93, 1925, p. 515.

([3]) Symons aurait montré que cet antagonisme ne s'observerait pas chez le chat anesthésié à la paraldéhyde.

sante, on voit (figure ci-dessous) presque immédiatement le cœur reprendre ses battements, puis accélérer son rythme et augmenter l'amplitude de ses contractions, d'une façon parfois considérable et assez prolongée.

Ces effets s'atténuent ensuite progressivement, jusqu'à ce que le cœur ait repris le rythme et l'amplitude caractéristiques de l'action du tropanol.

Comment expliquer cette phase passagère d'hyperexcitabilité cardiaque ?



Levée par le tropanol de l'arrêt cardiaque porté par la pilocarpine. Chien ♂ 5kg,9. Or = oreillette et V = ventricule du cœur *in situ* (méthode de suspension). En bas, les temps en secondes. Injection intraveineuse en + 1 de 2mg,5 par kilogramme de nitrate de pilocarpine; en + 2 et + 3 de 0g,10 par kilogramme de tropanol neutralisé. (*Tracé réduit des* 2/5.)

1° On ne peut invoquer [comme Gottlieb (1) l'a fait pour expliquer la levée, d'ailleurs incomplète, de l'arrêt muscarinien par le tropanol sur le cœur de grenouille] l'action cardiotonique de cet alcaloïde, car il exerce, chez le chien, des effets dépresseurs (2) (ralentissement, diminution d'amplitude, chute de pression).

2° On pourrait penser qu'il se fait dans l'organisme une décharge d'adrénaline, mais les phénomènes observés ne s'accompagnent ni de vasoconstriction rénale, ni d'augmentation sensible de pression; ils sont d'ailleurs aussi nets après surrénalectomie double.

---

(1) Gottlieb, *Arch. f. exp. Pathol. und Pharmakol.*, 37, 1896, p. 218 et suiv.
(2) René Hazard et L.-J. Mercier, *Comptes rendus*, 181, 1925, p. 526 et 934.

3° Il faut admettre qu'il y a une excitation temporaire des accélérateurs cardiaques. La tachycardie observée est en effet d'autant plus forte et prolongée que le ralentissement produit par la pilocarpine était lui-même plus marqué. Mais, pour que toute action vagale cesse et que le sympathique puisse exercer ses effets, il faut que le tropanol ait porté ses effets inhibiteurs sur tous les éléments excités par la pilocarpine.

En somme, le tropanol semble lever l'arrêt cardiaque porté par la pilocarpine par excitation du vague, et permettre l'action des accélérateurs. Ces deux alcaloïdes, exerçant des actions opposées sur les mêmes appareils, doivent donc être considérés, dans le domaine du vague cardiaque, comme des antagonistes [1].

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Influence du formol sur la précipitation des matières azotées des sérums par l'acide trichloracétique*. Note de MM. **Marcel Mascré** et **Maurice Herbain**, présentée par M. Béhal.

Divers travaux ont montré déjà que le formol modifie certaines propriétés des albumines, en particulier des albumines sériques (floculation par divers agents). Mais on n'a encore qu'à peine étudié, à notre connaissance, l'influence du formol sur la précipitation *quantitative* des albumines sériques. Nous avons voulu étudier son influence sur la désalbumination trichloracétique des sérums.

Nos expériences ont porté sur des sérums de cheval, de taureau, et sur le sérum humain. Dans tous les cas, nous avons déféqué le même sérum par l'acide trichloracétique à diverses concentrations et, comparativement, par l'acide trichloracétique aux mêmes concentrations en présence de formol (solution commerciale à 38-

---

(1) Cet antagonisme est démontré aussi par les faits que voici, qui sont d'ailleurs moins probants. Si l'on injecte, au moment où le tropanol exerce encore ses effets, une dose de pilocarpine égale à celle qui avait antérieurement provoqué l'arrêt cardiaque, on constate que la pilocarpine produit des effets très atténués par rapport à l'action primitive; quelquefois à peine sensibles, ils sont marqués au maximum par un faible ralentissement du rythme et une faible diminution d'amplitude des contractions auriculaires. On saisit ici une différence très tranchée entre la pilocarpine et l'acétylcholine; celle-ci, en effet, agissant après le tropanol, produit toujours et peut-être même plus facilement encore l'arrêt cardiaque (Raymond-Hamet, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 820). Ces faits permettraient de penser qu'il y a une différence dans le point d'attaque de la pilocarpine et de l'acétylcholine, cette dernière exerçant des effets plus périphériques.

40 pour 100 préalablement neutralisée). Nous avons aussi, pour une même dose d'acide fait varier, parfois, la teneur en formol. Dans tous les cas, le volume total des liquides, la concentration en sérum (50 pour 100) étaient les mêmes ; seules variaient les teneurs en acide trichloracétique (5, 7,5 et 10 pour 100) et en formol (1,5 et 25 pour 100). Nous avons mêlé les liquides dans l'ordre suivant : sérum, formol, solution trichloracétique.

Après 15 à 30 minutes de repos, on filtre. Un volume convenable du filtrat est minéralisé par l'acide sulfurique en présence de $SO^4K^2 + SO^4Cu$. On distille ensuite dans l'appareil de Parnas et Wagner et l'on titre NH^3 par la méthode iodométrique de Bang [1]. On calcule enfin la teneur en N en milligrammes par litre de sérum [2].

Voici les résultats de quelques expériences :

	Précipitation par		N restant par litre de sérum (en milligrammes). — Origine du sérum.					
	Ac. tric. %	+ Formol %.	I Cheval.	II Cheval.	III Cheval.	IV Taureau.	V Homme.	VI Homme.
a....	5	0	266	315	392	320	357	582
b....	5	1	"	"	"	240	"	"
c....	5	5	"	"	"	"	"	502
d....	5	25	171	200	308	218	203	434
e....	7,5	0	270	311	385	267	283	557
f....	7,5	1	"	"	"	221	"	"
g....	7,5	5	"	"	"	"	"	534
h....	7,5	25	182	206	301	197	172	378
i....	10	0	311	284	339	335	298	563
j....	10	1	"	"	"	255	"	"
k....	10	5	"	"	"	"	"	403
l....	10	25	214	224	212	212	172	369

L'examen du tableau met en évidence les faits suivants :

1° Comme on le sait déjà, le chiffre de N restant varie avec la concentration en acide trichloracétique. La précipitation est maximum, suivant les cas, pour une concentration de : 5 pour 100 (I), 7,5 pour 100 (IV, V, VI), ou 10 pour 100 (II et III).

2° Dans tous les cas, pour une même concentration en acide trichloracétique, *la teneur en N restant est abaissée en présence de formol*. En présence de formol, il y a donc une précipitation plus forte de N sérique. Si l'on compare les chiffres de N restant après défécation par l'acide trichloracétique seul et par la même quantité d'acide en présence de 25 pour 100 de

---

(1) DURUPT, *Microméthodes et semi-microméthodes*. Poinat, éditeur, Paris, 1924, p. 45 et suivantes.

(2) Les détails techniques seront publiés dans un autre Mémoire.

formol, on relève des différences qui varient de 43,1 pour 100 (exp. V, *a* et *d*) à 21,1 pour 100 (exp. II, *i* et *l*), ce qui dépasse de beaucoup les erreurs d'expérience.

L'augmentation de N précipité est d'autant plus grande que la teneur en formol est plus élevée (exp. IV et V). Il suffit de 1 pour 100 de formol dans l'expérience IV pour abaisser le chiffre de N restant de 17,3 pour 100 (IV, *e* et *f*) à 25 pour 100 (IV, *a* et *b*).

Nous avons, dans quelques cas, comparé la désalbumination par l'acide trichloracétique et le formol à la désalbumination phosphotungstique. Voici le résultat de trois expériences :

	N restant par litre de sérum (en milligrammes).		
	I. Cheval.	II. Cheval.	III. Taureau.
Précipitation par :			
a. Ac. trichlor. 10 %.....................	284	277	357
b. Ac. trichlor. 10 % + formol 25 %...	224	221	277
c. Ac. phosphotungstique	184	209	283

Dans les expériences II et III, les chiffres d'N restant sont très voisins et les différences observées (2,1 pour 100) sont, en III, de l'ordre des erreurs d'expérience. Avec une quantité suffisante de formol, la précipitation trichloracétique tend donc vers des chiffres très comparables à ceux de la précipitation phosphotungstique; il y a là un fait intéressant au point de vue de ce que l'on a appelé l'« indice de désamination » ([1]).

Conclusions. — L'influence du formol sur la précipitation *quantitative* des matières azotées du sérum par l'acide trichloracétique est donc bien établie. On admet que l'acide trichloracétique précipite les albumines seules, tandis que l'acide phosphotungstique précipite, avec celles-ci : les peptones, les albumoses, divers composés peptidiques. On doit donc admettre que, en présence de formol, l'acide trichloracétique précipite, avec les albumines, une partie plus ou moins grande des composés azotés intermédiaires entre les albumines vraies et les acides aminés, soit en les modifiant, soit, plus probablement, parce qu'une partie de ces composés est adsorbée par le précipité albuminoïdique. Dans ces conditions, les petits écarts observés dans certaines de nos expériences s'expliqueraient par une composition, différente suivant les espèces ou les individus, de cette fraction de l'N sérique. Des recherches ultérieures nous éclaireront sur ce point.

([1]) N. Fiessinger, H.-R. Olivier, M. Herbain, *L'indice de désamination comme épreuve d'exploration fonctionnelle du foie* (*Bull. Soc. Médic. Hôp., Paris*, 3e série, 50, 1926, p. 1608).

PARASITOLOGIE. — *Cycle évolutif du* Schistosoma bovis (= Bilharzia crassa), *infection spontanée du* Bullinus contortus *en Corse*. Note [1] de M. E. **Brumpt**, présentée par M. E. Leclainche.

La bilharziose bovine déterminée par le *Schistosoma bovis* existe en Égypte où elle a été découverte, en avril 1876, par P. Sonsino. Depuis cette époque, elle a été signalée en Afrique méridionale et orientale et dans l'Ouganda, aux Indes, dans les États malais, en Indochine (Annam) en Sicile et en Sardaigne.

Jusqu'à ce jour cette infection n'avait pas été observée en France et c'est certainement par suite d'une erreur bibliographique que Khalil (1924) et Baylis (1929) disent que le *Schistosoma bovis* existe dans le midi de notre pays. La seule espèce de bilharzie signalée en France est le *Schistosoma bomfordi*, très différent de l'espèce qui fait l'objet de cette Communication. Ce ver a été récolté une seule fois, à l'autopsie d'une vache de la Dombes, par Marotel, en 1908; il n'a pas été signalé depuis cette époque.

Malgré la vaste répartition géographique du *S. bovis*, son évolution était en grande partie inconnue; nous savions seulement, par les travaux de Cawston (1920), qu'un cobaye infecté avec des cercaires du mollusque *Physopsis africana*, en octobre, avait présenté, en février, des bilharzies identifiées par R.-T. Leiper à *Schistosoma bovis* et que la furcocercaire pourvue d'un pharynx, désignée sous le nom de *Cercaria octadena* Faust (1921), était encore considérée par Faust (1921) et par Cawston (1923) comme étant la forme larvaire de ce trématode.

Mes observations, faites en Corse au laboratoire antipaludique de Porto-Vecchio (Fondation Rockefeller) et à mon laboratoire de la Faculté de Médecine, m'ont permis de démontrer, d'une part, que la cercaire du *Schistosoma bovis* est dépourvue de pharynx, comme celles des Schistosomes parasites de l'homme ou d'autres mammifères, et d'autre part que l'hôte intermédiaire de ce ver, en Corse, est le *Bullinus contortus*, hôte habituel de *Schistosoma hæmatobium* dans le bassin méditerranéen, en Égypte et dans le proche Orient.

J'ai rencontré les mollusques infectés dans un certain nombre de mares du petit village de Monacia, situé à l'ouest de Bonifacio, au cours de deux

---

[1] Séance du 12 novembre 1929.

expéditions effectuées le 15 et le 20 août 1929. La proportion de mollusques émettant des furcocercaires de *Schistosoma bovis* était d'environ 1 pour 100 à cette époque de l'année, sur 2000 exemplaires examinés vivants, par lots, dans des tubes exposés au soleil.

Les plus petits bullins infectés mesuraient 5mm de hauteur; les plus gros 10mm.

En partant de ces cercaires, j'ai pu infecter à Porto-Vecchio, du 20 au 25 août, un hérisson (*Erinaceus europæus*) qui a succombé 37 jours après le premier bain dans l'eau chargée de furcocercaires, avec des embolies de vers, accouplés ou non, dans les vaisseaux du foie, du pancréas et du mésentère.

De retour à Paris, j'ai pu infecter des souris blanches, à partir du 30 août, avec les mollusques apportés de Corse. L'une d'elles (127 XI), sacrifiée le 35e jour, montrait, dans le foie et les veines du mésentère, de très jeunes vers des deux sexes; une autre (140 XI), sacrifiée le 63e jour, hébergeait quatorze mâles et quatorze femelles, dont douze accouplés. Plusieurs femelles présentaient des œufs non mûrs dans leur utérus, et elles en avaient déjà pondu, de non mûrs également, dans la paroi du rectum et dans le parenchyme hépatique qui, chez le bœuf, est le lieu d'élection où les œufs se trouvent le plus facilement à l'examen microscopique, ainsi qu'il résulte de mes recherches faites au Caire, au laboratoire de mon collègue M. Khalil.

Les vers mâles et femelles adultes trouvés chez la souris sont beaucoup plus petits que ceux observés chez le bœuf, mais ils présentent la même structure anatomique, bien décrite par M. Khalil en 1924.

Le temps m'a manqué, en Corse, pour mettre en évidence les *Schistosoma bovis* dans les vaisseaux veineux des bovins ou des ovins et je n'ai pas trouvé d'œufs de ce ver dans les déjections d'une vache et d'un veau atteints de cachexie aqueuse avec œdème intramaxillaire (bouteille) très prononcé, et d'un veau sain s'abreuvant et se baignant dans les mares de Monacia. Ce fait n'a rien de surprenant, car je n'ai pas trouvé davantage d'œufs en Égypte, dans les déjections d'un bœuf soudanais ayant de nombreux vers dans le mésentère. Par contre, j'ai vu dans les selles des trois bovidés corses des œufs, parfois très nombreux, du *Paramphistomum cervi*, trématode très commun à l'état larvaire chez le *Bullinus contortus*.

Dans les pays où la bilharziose urinaire humaine est due à la présence de mollusques du genre *Bullinus*, les auteurs attribuent généralement les furco cercaires observés au *Schistosoma hæmatobium*; le présent travail montre que celles-ci peuvent appartenir également au cycle du *S. bovis*, parasite qui sera certainement rencontré dans les pays de l'Afrique mineure où les

mollusques, hôtes intermédiaires, sont très abondants. La présence du *Schistosoma bovis* aux Indes et en Extrême-Orient, dans des régions où ni *Bullinus contortus*, ni *Physopsis africana* ne se rencontrent, montre qu'il existe encore d'autres hôtes intermédiaires susceptibles d'assurer le cycle évolutif de ce parasite.

PATHOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Présence d'anticorps dans le pus d'abcès de fixation.* Note (1) de M. **M. Belin**, présentée par M. Charles Richet.

Si l'on détermine la production d'abcès de fixation chez des chevaux hyperimmunisés contre le tétanos on constate les faits suivants :

1° Si l'injection d'essence de térébenthine est faite 24 heures avant l'injection de 200$^{cm^3}$ de toxine tétanique, le pus récolté 5 jours après cette dernière intervention ne contient ni toxine, ni antitoxine décelables. D'autre part, si l'on prélève aseptiquement le pus d'un abcès de fixation et si au même moment on injecte la même quantité de toxine, le pus aseptique recueilli le lendemain ne contient pas de toxine libre; les cobayes qui ont reçu ce pus ne sont immunisés ni activement ni passivement.

2° Mais si l'abcès est provoqué 24 heures après l'injection toxique le pus récolté au bout de 6 jours, protège les cobayes à la dose de 0$^{cm^3}$,5 à 1$^{cm^3}$ contre une dose sûrement mortelle de toxine injectée sous la peau 11 jours après. La protection est plus complète si l'injection d'essence de térébenthine est faite plus tard, vers le vingtième jour par exemple dans nos expériences.

On obtient ainsi chez les cobayes une immunité passive, parce qu'elle s'établit très rapidement et que, vers le vingtième jour, elle a à peu près disparu. Les cobayes ayant résisté à une injection d'épreuve ne sont pas immunisés activement.

3° Le pus frais lavé reste riche en antitoxine. Mis en suspension dans une partie d'eau physiologique ou de bouillon, le liquide surnageant après décantation renferme peu d'anticorps. Mais si l'on conserve le pus après homogénéisation préalable en eau physiologique phéniquée à la température du laboratoire, le liquide surnageant s'enrichit tandis que le culot devient moins actif; nous avons constaté après 4 mois que le liquide surnageant est aussi antitoxique que l'était le culot purulent au début.

4° Le pus d'abcès de fixation, à volume égal, contient plus d'antitoxine que le sérum correspondant prélevé *avant* l'injection d'essence de térébenthine.

(1) Séance du 12 novembre 1929.

Le pus total se montre à volume égal moins curatif que le sérum correspondant, mais après 4 mois le liquide surnageant est aussi actif (vraisemblablement parce qu'on évite ainsi une injection massive de pus hétérologue).

5° Le pus aseptique provenant d'un cheval neuf n'a aucune action préventive ni curative sur l'évolution du tétanos provoqué par une injection de toxine.

Conclusions : Les leucocytes des chevaux immunisés contre le tétanos fixent, ou élaborent peut-être, de l'antitoxine tétanique. *In vivo*, en présence de toxine, ils fixent celle-ci jusqu'à neutralisation de l'antitoxine. L'antitoxine dans nos conditions d'expériences apparaît dans les leucocytes vers le septième jour. Après destruction les leucocytes abandonnent cette antitoxine au liquide ambiant.

Il est possible d'envisager, en outre, l'utilisation d'une *pyothérapie spécifique*, dans des circonstances qu'il conviendra de préciser, pour l'obtention d'un état d'immunité passive.

A 15h55m l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section d'Astronomie, par l'organe de son Doyen, présente la liste suivante des candidats à la place vacante dans la Section d'Astronomie par le décès de M. *P. Puiseux* :

En première ligne. . . . . M. **Ernest Esclangon**.

En seconde ligne, ex æquo par ordre alphabétique . . . . MM. **Jules Baillaud**, **Aymar de La Baume Pluvinel**, **Émile Belot**, **Charles Nordmann**, **Pierre Salet**.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 17h.

E. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

PUBLICATIONS PÉRIODIQUES REÇUES PENDANT L'ANNÉE 1928 (*suite*).

Belgique.

BRUXELLES. — Académie royale de Belgique : *Annuaire*, A 1271; *Mémoires*, M 450; *Mémoires couronnés*, M 599.
— Académie royale de médecine de Belgique : *Bulletin*, B 899.
— Musée du Congo belge : *Annales*, A 1083.
— Observatoire royal de Belgique : *Annuaire*, A 1315.
— Société belge de géologie : *Bulletin*, B 1178.
— Société royale de botanique de Belgique : *Bulletin*, B 1736.
— Société royale zoologique de Belgique : *Annales*, A 988.
— Société scientifique de Bruxelles : *Annales*, 1001.
— Jardin botanique de l'État : *Bulletin*, B 1995.
— *Annales des travaux publics de Belgique*, A 1064.
GAND. — Musée royal d'histoire naturelle de Belgique : *Mémoires*, M 576.
— Société chimique de Belgique : *Bulletin*, B 1201.
LIÉGE. — Institut botanique de l'Université : *Archives*, A 2116.
— Société géologique de Belgique : *Annales*, A 980; *Mémoires*, M 534.
— Société royale des sciences : *Mémoires*, M 557.
UCCLE. — Observatoire royal de Belgique : *Bulletin sismique*, B 2490.

Danemark.

COPENHAGUE. — Danske meteorologiske Institut : *Meddelelser*.
— Danske Videnskabernes Selskab : *Meddelelser*, D 13; *Oversigt*, O 279.
— Seismological Station : *Bulletin*.
— *Danish Ingolf Expedition*.

Espagne.

BARCELONA. — Museo de ciencias naturales : *Memorias*, A 264; *Trabajos*.
— Real Academia de ciencias y artes : *Boletin*, B 434; *Memorias*, M 693.
— *Ciencia*, C 397[1].
MADRID. — Instituto nacional de investigaciones y experiencias agronomicas y forestales : *Boletin*, B 507[1].
— Laboratorio de investigaciones fisicas : *Trabajos*, J 927.

MADRID. — Museo nacional de ciencias naturales : *Trabajos*, J 929.
— Observatorio astronomico : *Anuario*, A 1908.
— Real Academia de ciencias exactas, fisicas y naturales : *Anūario*, A 1897; *Memorias*, M 692; *Revista*, R 755.
— Real Sociedad española de historia natural : *Boletin*, A 691; *Memorias*, M 696.
— Sociedad geografica : *Boletin*, B 460.
— *Boletin de pescas*, B 491 *bis*.
SAN FERNANDO. — *Almanaque nautico*, A 555.
— *Catalogo astrofotografico.*

Finlande.

ABO. — Academia aboensis : *Acta : II mathematica*, A 111[1].
HELSINGFORS. — Academia scientiarum fennica : *Annales*, S 750.
— Commission géologique de Finlande : *Bulletin*, B 1093 *bis*.
— Société de géographie de Finlande : *Fennia*, F 32.
— Societas scientiarum fennica : *Acta*, A 139; *Arsbok*; *Bidrag till natur och folk*, B 318.
— *Catalogue photographique du ciel.*
— *Commentationes biologicæ*, C 572 *bis*.
— *Commentationes physico-mathematicæ*, C 573 *bis*.
— *FF (Folklore Fellows) communications*, F o[1].
— *Merentutkimuslaitoksen julkaisu*, M 735[1].
KUOPIO. — Finnische Akademie der Wissenschaften zu Sodahylä : *Veroffentlichungen des magnetischen Observatoriums.*

Grande-Bretagne.

BIRMINGHAM. — Natural History and Philosophical Society : *Annual Report*, B 363 *bis*; *Proceedings*, P 525.
CAMBRIDGE. — Observatory : *Annual Report*, C 48.
— Solar Physics Observatory : *Annual Report*, A 1721.
— *Cambridge Bulletin*, C 43[1].
— *Cambridge Tracts in Mathematics and Mathematical Physics*, C 49.
DUBLIN. — Royal Dublin Society : *Economic Proceedings*, E 113.
— Royal Irish Academy : *Proceedings*, P 600.
EDINBURGH. — Astronomer Royal for Scotland : *Annual Report*, A 1665.
— Geological Society : *Transactions*, T 306.
— Royal Physical Society : *Proceedings*, P 601.
— Royal Society : *Proceedings*, P 602; *Transactions*, T 402.
GREENWICH. — Observatory : *Report of the Astronomer royal to the Board of Visitors*, R 429.

(*A suivre.*)